4: $\Box A \to \Box\Box A$ corr. alla transitività

$\forall F$ ($F \models \Box A \to \Box\Box A$ sse F gode della transitività)

$\Rightarrow$: Sia $M = \langle W, R, I \rangle$ un modello basato su F tale che $\forall w \in W$ $I(p) = \{v \in W \mid wRv\}$. Sia $w \in W$.
Per ipotesi, ho $\models_w \Box p \to \Box\Box p$, e cioè $\models_w \Box p$ implica $\models_w \Box\Box p$.
Quindi, siccome $\models_w \Box p$ (per costruzione di I), allora
$\models_w \Box\Box p$, ovvero $\forall v \in W$ (wRv implica $\models_v \Box p$), ovvero
$\forall v \in W$ (wRv implica $\forall u \in W$ (vWu implica $\models_u p$)) ovvero
$\forall v \in W$ (wRv implica $\forall u \in W$ (vWu implica $u \in I(p)$))).
Quindi, per costruzione di I,
$\forall v \in W$ (wRv implica $\forall u \in W$ (vWu implica wRu)), ovvero
F gode della proprietà transitiva.

$\Leftarrow$: Assumo $\models^n_w \Box A$ (H) e dimostro $\models^n_w \Box\Box A$, ovvero
$\forall v \in W$ (wRv implica $\models^n_v \Box A$), ovvero $\forall v \in W$
(wRv implica $\forall u \in W$ (vRu implica $\models^n_u A$)). Sia $v \in W$ t.c.
wRv (K). Sia $u \in W$ t.c. vRu (L). Devo dim. $\models^n_u A$.
Per K e L, ho $u \in W$ t.c. wRu. Quindi, per H, ho
$\models^n_u A$. c.v.d.