

2. applicabilità del metodo delle tavole di verità

Se per ogni atomo logico p_i che occorre almeno una volta in A , $I(p_i) = I'(p_i)$, allora $I \neq A$ se $I' \neq A'$

th. per caso: negazioni "pari" $I \neq A$ se $I \neq \neg^{2k} A$

Per induzione sul numero naturale k .

• caso $k=0$: zero dim. $I \neq A$ se $I \neq A$. Chiaro per idempotenza di "se".

• caso $k=n+1$: assunto $I \neq A$ se $I \neq \neg^{2n} A$ (che dimostro $I \neq A$ se $I \neq \neg^{2(n+1)} A$, ovvero $I \neq A$ se $I \neq \neg \neg \neg^{2n} A$, ovvero $I \neq A$ se $I \neq \neg \neg \neg^{2n} A$, ovvero $I \neq A$ se $I \neq \neg^{2n} A$. Chiaro per II.

per caso: scegliere alcune tautologie e dimostrare (senza
tavole di verità) che esse sono davvero tautologie.

$$\text{th. } \vdash \neg(A \wedge \neg A)$$

Sia I un'interpretazione. Dimostro $I \models \neg(A \wedge \neg A)$, ovvero
 $I \not\models A \wedge \neg A$ ovvero che non sia dato che $I \models A$ e $I \not\models A$,
ovvero che non sia dato che $I \models A$ e $\neg I \models A$.
Ovvio per principio di non contraddizione.

$$\text{th. } \vdash A \vee \neg A$$

Sia I un'interpretazione. Dimostro $I \models A \vee \neg A$,
ovvero $I \models A$ o $I \models \neg A$, ovvero $I \models A$ o non $I \models A$.
Ovvio per il principio di bivalenza.

$$\text{th. } \vdash \perp \Rightarrow A$$

Sia I un'interpretazione. Dimostro $I \models \perp \Rightarrow A$,
ovvero $I \not\models \perp$ o $I \models A$. Scelgo di dimostrare $I \not\models \perp$,
che è ovvio per la clausola (2) della nostra nozione
di verità per la logica proposizionale classica.

th. $\models A \Rightarrow A$

Sia I un'interpretazione. Per dimostrare $I \models A \Rightarrow A$,
ovvero $I \not\models A$ o $I \models A$, ovvero non $I \not\models A$ e $I \models A$.

Chiedo per principio di bivalenza.