

Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica
Esame scritto di LOGICA PER L'INFORMATICA
Modulo di Algebra (3 CFU) per chi ha già sostenuto il Modulo di Logica
29/06/2022

Scrivere **nome, cognome, numero di CFU e numero di matricola in alto a destra** in tutti i fogli protocollo.

1 (10 punti). Si consideri i seguenti due frammenti di codice:

```
trova_insufficienti [] = []
trova_insufficienti (x : l) =
  if x < 18 then trova_insufficienti l else x : trova_insufficienti l

trova_bravi [] = []
trova_bravi (y : v) = if x > 27 then "*" : trova_bravi v else trova_bravi v
```

Rispondere alle seguenti domande:

- (a) cosa calcola `trova_insufficienti (3 : 28 : 32 : 4 : [])` ?
- (b) cosa calcola `trova_bravi (4 : 29 : 17 : 30 : [])` ?
- (c) trovare una generalizzazione del codice che abbia come istanze sia `trova_insufficienti` che `trova_bravi`. La generalizzazione può essere espressa sia facendo prendere in input altre funzioni esplicitamente, sia attraverso un meccanismo di type classes
- (d) mostrare una terza istanza che data una lista di voti restituisca la lista ottenuta tenendo solamente i voti sufficienti, ma approssimando tutti i voti maggiori di 27 con 30 e tutti quelli minori di 27 con 18
Esempio: `approssima (3 : 24 : 17 : 28 : 18 : []) = 18 : 30 : 18 : []`

- 2 (20 punti). (a) considerate la tripla $(A, *, 1)$ dove A è l'insieme dei numeri razionali che posso scrivere nella forma $2^n * 3^m$ dove n, m sono numeri interi
- Dimostrare la seguente affermazione: $(A, *, 1)$ è un monoide abeliano
- (b) dimostrare che esiste un unico gruppo che ha come sostegno A , operazione $*$ ed elemento neutro 1. Qual'è la sua operazione inversa?
- (c) considerate l'insieme B dei numeri razionali che posso scrivere nella forma 6^n dove n è un numero intero. B è un sottogruppo di A ? E' un sottogruppo normale di A ? Rispondere alle due domande con opportune dimostrazioni
- (d) Esplicitare la relazione di equivalenza \sim_B indotta dal sottogruppo normale B e la classe di equivalenza di $4/3$ rispetto a \sim_B
- (e) Considerare la funzione $f(2^n * 3^m) = n - m$. É un morfismo di gruppi? Qual'è il gruppo il cui sostegno è il codominio della funzione? Qual'è il nucleo della funzione? E la sua immagine?
- (f) Considerare i due sottogruppi di A dati da $A_2 = \{2^n \mid n \in \mathbb{Z}\}$ e da $A_3 = \{3^n \mid n \in \mathbb{Z}\}$. Esplicitare il prodotto cartesiano di gruppi $A_2 \times A_3$ e dimostrare che tale prodotto cartesiano è isomorfo ad A , ovvero che esiste un morfismo biiettivo di gruppi da $A_2 \times A_3$ ad A .