Università di Bologna

Corso di Laurea in Informatica
Esercitazione scritta di LOGICA PER L'INFORMATICA
29/05/2019

1 (1 punto). Dare la sintassi per le formule della logica proposizionale.

2 (5 punti). Considerare la seguente sintassi per le liste di X: $L ::= [] \mid X :: L$ dove $::$ è associativo a destra e X un numero naturale. Scrivere una funzione ricorsiva $m(L_1, L_2)$ che, date due liste L_1 ed L_2, restituisca la lista L_3 ottenuta da L_1 cancellando tutte le sotto-liste uguali a L_2. Assumere che due occorrenze di L_2 in L_1 non si sovrappongano mai.

Esempi:

- $m(1 :: 2 :: 3 :: 1 :: 2 :: 4 :: 1 :: [], 1 :: 2 :: []) = 3 :: 4 :: 1 :: []$
- $m(1 :: 2 :: 3 :: [], 2 :: 1 :: []) = 1 :: 2 :: 3 :: []$
- la chiamata $m(1 :: 2 :: 2 :: 2 :: 1 :: [], 2 :: 2 :: [])$ è invalida perchè viola l'assunzione sulla non sovrapposizione delle occorrenze di L_2 in L_1 in quanto la prima occorrenza di $2 :: 2 :: []$ e la seconda occorrenza hanno un 2 in comune.

È possibile utilizzare funzioni ausiliarie su liste, da definirsi usando la ricorsione strutturale, funzioni ausiliarie su numeri (da non definirsi) e/o passare parametri ausiliari alle funzioni.

3 (3 punti). Dimostrare in teoria assiomatica degli insiemi che

$$\forall A \forall B (A \cap \overline{B} = \emptyset \Rightarrow A \subseteq B)$$

dove $\overline{B}$ è il complementare di B rispetto a un insieme universo fissato U t.g. $A \subseteq U$ e $B \subseteq U$.

La dimostrazione deve essere scritta a parole, ma ogni passaggio deve poter essere espanso in uno o più passi di deduzione naturale al prim'ordine. Esplicitare gli assiomi di teoria degli insiemi che utilizzate.

4 (1 punto). Enunciare il teorema di correttezza per la logica proposizionale classica.

5 (2 punti). Formalizzare in logica del prim'ordine la proposizione "*il minore dei due fratelli è il più saggio dei due*" stando attenti a catturare tutto ciò che è espresso nella frase (p.e. che i fratelli siano due). Non usare predicate unari.

7 (6 punti). Considerare le formule della logica proposizionale ristrette al frammento $F ::= A \mid \bot \mid F \vee F$. Dimostrare, per induzione strutturale su F, che F è soddisfacibile sse $F \equiv A$.

8 (7 punti). Si consideri il seguente ragionamento:
Se il governo cade allora Salvini ha staccato la spina o Di Maio è stato silurato dai suoi. Berlusconi resta a bocca asciutta se il governo non è caduto. Se Berlusconi resta a bocca asciutta allora Salvini ha staccato la spina. Quindi se Salvini non ha staccato la spina vuol dire che Di Maio è proprio stato silurato.

Verificare la correttezza del ragionamento utilizzando la deduzione naturale per la logica proposizionale. Preferire una prova intuizionista se possibile.

9 (2 punti). Effettuare la seguente sostituzione minimizzando il numero di cambi di nome alle variabili.

$$(\Pi_{\iota=0}^{\iota+1}\Sigma_{j=0}^{\iota} j + \alpha)[\iota + y/\alpha]$$

10 (3 punti). Dimostrare il seguente teorema usando la deduzione naturale al prim'ordine, preferendo una prova intuizionista a una classica ove possibile. Considerare la somma associativa a destra.

$$(\forall x.\exists y.x \leq k + y + (-k)) \Rightarrow \forall y.\exists x.k + y \leq k + x$$