

# Alma Mater Studiorum – Università di Bologna

Corso di Laurea in Informatica  
Esercitazione scritta di LOGICA PER L'INFORMATICA  
15/09/2017

- 1 (1 punto). Dare la sintassi per le formule della logica proposizionale.
- 2 (5 punti). Sia  $L ::= [] \mid B :: L$ ,  $B ::= tt|ff$  la grammatica delle liste di booleani dove  $[]$  rappresenta la lista vuota,  $B$  sono i booleani e  $::$  è associativo a destra. Scrivere, per ricorsione strutturale su  $L$ , una funzione  $f(L)$  che restituisca la lunghezza della più lunga sotto-sequenza di  $L$  composta dallo stesso booleano.  
Esempio:  $f(tt :: ff :: tt :: tt :: tt :: ff :: ff :: []) = 3$ .
- 3 (1 punto). Dare la definizione di insieme ridondante di connettivi, un esempio di insieme ridondante e uno di un insieme non ridondante.
- 4 (1 punto). Enunciare il teorema di diagonalizzazione di Cantor.
- 5 (1 punto). Elencare i tre ingredienti dei paradossi visti a lezione.
- 6 (1 punto). Calcolare le dimensioni della tabella di verità di un connettivo quaternario.
- 7 (8 punti). Si consideri le formule della logica proposizionale ristrette a variabili proposizionali, variabili proposizionali negate,  $\top$ ,  $\perp$ , congiunzioni, disgiunzioni. Esempio:  $A \wedge \neg B$  è una formula ammessa, ma non  $A \wedge \neg \neg B$  o  $\neg(A \wedge B)$ .

Dimostrare per induzione strutturale su  $F$  che per ogni formula  $F$  definita come sopra, esiste una formula  $G$  definita come sopra tale che  $F \wedge G \equiv \perp$  e  $F \vee G \equiv \top$ .

Suggerimenti:

- potete sfruttare le equivalenze logiche notevoli viste a lezione, ovviamente purchè non vi portino fuori dall'insieme di formule considerate nel testo dell'esercizio
- quindi non potete usare direttamente le leggi di De Morgan, ma potete trarne ispirazione...

8 (8 punti). Si consideri il seguente ragionamento:

Se i finanziamenti alla ricerca calano allora la qualità della didattica non peggiora oppure la carriera dei docenti resterà bloccata. Se la carriera dei docenti resta bloccata allora la qualità della didattica peggiora. Se i finanziamenti ai dipartimenti calano allora la qualità della didattica peggiora. Quindi la qualità della didattica peggiora oppure non è vero che i finanziamenti alla ricerca e ai dipartimenti calano.

Verificare la correttezza del ragionamento utilizzando la deduzione naturale per la logica proposizionale. Preferire una prova intuizionista se possibile.

9 (2 punti). Si calcoli il risultato della seguente sostituzione minimizzando il numero di cambi di nome di variabili.

$$((\exists x.P(x + z)) \wedge (\forall y.P(y + z)))[(w \cdot x + \prod_{y=0}^n y)/z]$$

10 (3 punti). Dimostrare il seguente teorema usando la deduzione naturale al prim'ordine, preferendo una prova intuizionista a una classica ove possibile:

$$(\exists x.(P(f(x, y), x) \vee Q(y))) \Rightarrow Q(y) \vee \exists x.\exists w.P(x, w)$$