Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica
Prova scritta di LOGICA PER L'INFORMATICA
12/06/2017

1 (1 punto). Dare la sintassi per le formule della logica proposizionale.

2 (6 punti). Scrivere per ricorsione strutturale sulle formule della logica proposizionale ristrette a variabili proposizionali, $\bot$ e congiunzioni una funzione $sub(F, G)$ che ritorni $true$ sse G occorre come sottoformula di F.

Esempi: $sub(A \wedge (B \wedge \bot), \bot) = true$, $sub(A \wedge (B \wedge \bot), \bot \wedge \bot) = false$.

3 (1 punto). Enunciare il teorema di deduzione semantica.

4 (2 punto). Da quale teorema si conclude che l'insieme di tutte le funzioni calcolabili (= esprimibili in un linguaggio di programmazione) è più piccolo di quello di tutte le funzioni matematiche? E come lo si conclude?

5 (1 punto). Dare un esempio di insieme funzionalmente completo e ridondante di connettivi proposizionali, e uno funzionalmente completo ma non ridondante.

6 (1 punto). Enunciare la definizione di formula soddisfacibile (in logica proposizionale classica) senza far riferimento alle tabelle di verità.

7 (6 punti). Si consideri la grammatica e la funzione sub specificate nel testo dell'esercizio 2. Dimostrare per induzione strutturale che per ogni F, G, se $G \equiv \bot$ allora $sub(F, G) \equiv \bot$.

8 (8 punti). Si consideri il seguente ragionamento:
(a) Se i Cinque Stelle hanno vinto in molti comuni e il PD non è crollato, allora per la destra è stata una débâcle;
(b) se il PD è crollato allora l'estrema sinistra pure;
(c) I Cinque Stelle hanno vinto mentre l'estrema sinistra è crollata è una frase falsa;
(d) perciò i Cinque Stelle sono stati sconfitti o la destra ha subito una débâcle.

Verificare la correttezza del ragionamento utilizzando la deduzione naturale, preferendo una prova intuizionista ove possibile.

9 (2 punti). Si calcoli il risultato della seguente sostituzione minimizzando il numero di cambi di nome di variabili.

$$((\exists x.P(x+z)) \wedge (\forall y.P(y+z)))[(w \cdot x + \Pi_{y=0}^{n} y)/z]$$

10 (3 punti). Dimostrare il seguente teorema usando la deduzione naturale al prim'ordine, preferendo una prova intuizionista a una classica ove possibile:

$$(\exists x.\forall y.M(y, f(x,y))) \Rightarrow (\forall x.\exists y.M(f(x,x), y))$$