Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica
Esercitazione scritta di LOGICA PER L'INFORMATICA
02/02/2017, Fila 2

1 (1 punto). Dare la sintassi per le formule della logica del primo ordine.

2 (5 punti). Sia $L ::= [] \mid N :: L$ la grammatica delle liste di numeri naturali, dove $[]$ rappresenta la lista vuota, N è un numero naturale e :: è associativo a destra. Scrivere, per ricorsione strutturale su L, una funzione $f(L)$ che restituisca la lista che contiene una e una volta sola tutti i numeri che compaiono almeno una volta in L. (Ovvero: elimini i duplicati da L).

Esempio: $f(1 :: 4 :: 1 :: 3 :: 1 :: []) = 1 :: 4 :: 3[]$.

3 (1 punto). Enunciare il teorema di deduzione sintattica.

4 (1 punto). Enunciare la definizione di insieme infinito.

5 (1 punto). Quale quantificatore ha una regola di introduzione non invertibile e una regola di eliminazione invertibile? Scrivere le due regole.

6 (1 punto). Enunciare la definizione di formula soddisfacibile (in logica proposizionale classica) facendo riferimento alle tabelle di verità.

7 (8 punti). Si consideri la seguente funzione definita per ricorsione strutturale sulla sintassi $F ::= \bot \mid A \mid F \vee F$.

$$f(\bot) = \bot$$
$$f(A) = A$$
$$f(F_1 \vee F_2) = \textbf{if } f(F_1) = f(F_2) \textbf{ then } f(F_1) \textbf{ else } f(F_1) \vee f(F_2)$$

Dimostrare, per induzione strutturale su F, che $F \Vdash \bot \Leftrightarrow f(F) = \bot$.

8 (8 punti). Si consideri il seguente ragionamento:

Per entrare in USA devi non essere musulmano o far affari con Trump. Gli iraniani sono musulmani come i sauditi, ma solo i secondi entrano in USA senza problemi. I sauditi non fanno affari con Trum se gli iraniani li fanno. Quindi non è vero che gli iraniani fanno affari con Trump.

Verificare la correttezza del ragionamento utilizzando la deduzione naturale per la logica proposizionale. Preferire una prova intuizionista se possibile.

9 (2 punti). Si calcoli il risultato della seguente sostituzione minimizzando il numero di cambi di nome di variabili.

$$((\forall u.z < u) \vee (\exists y.y < z))[(x + u + \Sigma_{y=0}^{n} y)/z]$$

10 (3 punti). Dimostrare il seguente teorema usando la deduzione naturale al prim'ordine, preferendo una prova intuizionista a una classica ove possibile:

$$\neg(\forall y.\exists x.P(x, y)) \Rightarrow \neg(\exists y.\forall x.P(y, x))$$