Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica
Esercitazione scritta di LOGICA PER L'INFORMATICA
02/02/2017, Fila 1

1 (1 punto). Dare la sintassi per le formule della logica proposizionale.

2 (5 punti). Sia $L ::= [] \mid N :: L$ la grammatica delle liste di numeri naturali, dove $[]$ rappresenta la lista vuota, N è un numero naturale e $::$ è associativo a destra. Scrivere, per ricorsione strutturale su L, una funzione $f(L)$ che restituisca la lista che contiene una e una volta sola tutti i numeri che compaiono più di una volta in L. (Ovvero: tenga solo i duplicati di L).

Esempio: $f(1 :: 2 :: 1 :: 3 :: 2 :: 2 :: []) = 1 :: 2 :: []$.

3 (1 punto). Enunciare il teorema di deduzione semantica.

4 (1 punto). Enunciare il teorema di diagonalizzazione di Cantor.

5 (1 punto). Quale quantificatore ha una regola di introduzione invertibile e una regola di eliminazione non invertibile? Scrivere le due regole.

6 (1 punto). Enunciare la definizione di formula soddisfacibile (in logica proposizionale classica) senza far riferimento alle tabelle di verità.

7 (8 punti). Si consideri la seguente funzione definita per ricorsione strutturale sulla sintassi $F ::= \top \mid A \mid F \wedge F$.

$$f(\top) = \top$$
$$f(A) = A$$
$$f(F_1 \wedge F_2) = \textbf{if } f(F_1) = f(F_2) \textbf{ then } f(F_1) \textbf{ else } f(F_1) \wedge f(F_2)$$

Dimostrare, per induzione strutturale su F, che $\Vdash F \Leftrightarrow f(F) = \top$.

8 (8 punti). Si consideri il seguente ragionamento:

Per entrare in USA devi far affari con Trump o non essere musulmano. I sauditi sono musulmani, ma possono entrare in USA senza problemi, mentre gli iraniani no. Se gli iraniani fanno affari con Trump, allora i sauditi non li fanno. Quindi gli iraniani non fanno affari con Trump.

Verificare la correttezza del ragionamento utilizzando la deduzione naturale per la logica proposizionale. Preferire una prova intuizionista se possibile.

9 (2 punti). Si calcoli il risultato della seguente sostituzione minimizzando il numero di cambi di nome di variabili.

$$((\exists x.P(x+z)) \wedge (\forall y.P(y+z)))[(w \cdot x + \Pi_{y=0}^{n} y)/z]$$

10 (3 punti). Dimostrare il seguente teorema usando la deduzione naturale al prim'ordine, preferendo una prova intuizionista a una classica ove possibile:

$$(\exists x.\forall y.P(x,y)) \Rightarrow (\forall x.\exists y.P(y,x))$$