Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica
Esercitazione scritta di LOGICA PER L'INFORMATICA
Esempio per l'anno accademico 2016-2017

1 (1 punto). Dare la sintassi per le formule della logica del prim'ordine.
Esercizio di riscaldamento: chiede sempre o la sintassi della logica proposizionale o quella del prim'ordine

2 (5 punti). Definizione: $N \Rightarrow P$ è positiva sse N è negativa e P è positiva; $P \Rightarrow N$ è negativa sse P è positiva e N è negativa; $\neg P$ è negativa sse P è positiva; $\neg N$ è positiva sse P è negativa; la variabile proposizionale A è positiva.

Scrivere una funzione ricorsiva su F che ritorni tt se $f(F, tt)$ è positiva.
Esercizio sulla ricorsione strutturale: vedi esercizi 2 dati nell'a.a. 2015-2016

3 (1 punto). Scrivere le due leggi di assorbimento della logica proposizionale classica.
Gli esercizi 3-4-5-6 possono richiedere 1) enunciati e definizioni visti a lezione; 2) dimostrazioni di semplici teoremi visti a lezione o comunque ottenibili senza andare per induzione; 3) frammenti di dimostrazioni viste a lezione; 4) applicazioni banali delle definizioni e enunciati visti a lezione, per esempio fornendo esempi/controesempi per certe definizioni.

4 (1 punto). Mostrare un esempio di formula insoddisfacibile di taglia minima; fare lo stesso per le formule soddisfacibili.

5 (1 punto). Enunciare il teorema di completezza debole per la logica proposizionale classica.

6 (1 punto). Enunciare il teorema di compattezza per la logica proposizionale classica.

7 (8 punti). Dimostrare, per induzione su F, formula della logica proposizionale ristretta alla variabile A, negazioni e implicazioni, che se F è positiva allora $F \equiv A$.

Suggerimento: è possibile utilizzare nella dimostrazione equivalenze logiche notevoli (tipo $A \vee A \equiv A$).
Esercizio che richiede di fornire una dimostrazione per induzione strutturale (NON vista a lezione). Vedi esercizi 7 dell'a.a. 15-16 e esercizi analoghi nei precedenti a.a.

8 (8 punti). Si consideri il seguente ragionamento:
Se l'Italia sbaglia i rigori implica che la Germania andrà in finale, allora i tifosi tedeschi festeggieranno. Se l'Islanda non vincerà allora la Germania andrà in finale. I tifosi tedeschi non festeggieranno. Quindi l'Italia sbaglia i rigori e l'Islanda vincerà.

Verificare la correttezza del ragionamento utilizzando la deduzione naturale per la logica proposizionale. Preferire una prova intuizionista se possibile.
Esercizio sulla formalizzazione e la deduzione naturale per la logica proposizionale, classica o intuizionista. Vedi esercizi analoghi per tutti gli a.a. passati.

9 (2 punti). Nel seguente frammento di programma C fare l'inlining della funzione `f` in `main` (ovvero, espandere il codice della `f` nel corpo del `main` per evitare il costo associato alla chiamata di funzione), minimizzando il numero di cambi di nome alle variabili.

```
...

int f(int z, int y) {
        return g(x+z,y);
}

int main() {
        int x, c;
        return f(d+c, x);
}
```

Esercizio di applicazione della teoria. In questo caso relativa alla nozione di sostituzione nelle sintassi con binders. Un'altra possibilit potrebbe essere la formalizzazione di sentenza in logica del prim'ordine, o il partizionamento di formule secondo la relazione di α-conversione. Vedi esempi per gli a.a. precedenti.

10 (3 punti). Dimostrare il seguente teorema usando la deduzione naturale al prim'ordine, preferendo una prova intuizionista a una classica ove possibile:

$$((\forall x.P(x)) \Rightarrow Q) \Rightarrow \exists x.(P(x) \Rightarrow Q)$$

Esercizio di deduzione naturale per la logica del prim'ordine. In genere assente nei precedenti a.a.