Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica
Esercitazione scritta di LOGICA PER L'INFORMATICA
Sessione Straordinaria del 22/12/2016

1 (1 punto). Dare la sintassi per le formule della logica del prim'ordine.

2 (5 punti). Definizione: sia F una formula della logica proposizionale. Scrivere una funzione $g(F)$ per ricorsione strutturale su F che ritorni 0 se la formula contiene almeno una congiunzione, 1 altrimenti.

Suggerimento: per scrivere codice pi compatto, potete aiutarvi con le operazioni aritmetiche (somme, prodotti, sottrazioni, ...).

3 (1 punto). Dare le due leggi di De Morgan per i quantificatori.

4 (1 punto). Enunciare la definizione di insieme funzionalmente completo di connettivi.

5 (1 punto). Assumendo il teorema di completezza forte e il teorema di correttezza, concludere che vale anche il teorema di completezza debole.

6 (1 punto). Discutere brevemente uno dei paradossi visti a lezione.

7 (8 punti). Considerare nell'esercizio solamente formule della logica proposizionale classica ristretta a A, congiunzioni e disgiunzioni. Dimostrare, per induzione su F, che se $g(F[G/A]) = 1$ allora $g(F) = g(G) = 1$ dove la g la funzione definita nell'esercizio 2.

8 (8 punti). Si consideri il seguente ragionamento:
(a) se Anna fosse state vegana e Bruno non avesse mangiato carne allora l'arrosto sarebbe bastato per tutti;
(b) d'altronde affinché l'arrosto non fosse bastato, sarebbe stato sufficiente che o Anna fosse vegana o Bruno onnivoro;
(c) poiché è appurato che è falso che Anna non sia vegana
non ci resta che concludere che (d) Bruno mangia carne.

Verificare la correttezza del ragionamento utilizzando la deduzione naturale per la logica proposizionale. Preferire una prova intuizionista se possibile.

9 (2 punti). Si calcoli il risultato della seguente sostituzione minimizzando il numero di cambi di nome di variabili.

$$(\forall x.\exists y.x + y < z + w)[(w + x + \Sigma^1_{y=0}y)/z]$$

10 (3 punti). Dimostrare il seguente teorema usando la deduzione naturale al prim'ordine, preferendo una prova intuizionista a una classica ove possibile:

$$((\exists x.P(x)) \Rightarrow Q) \Rightarrow \forall x.(P(x) \Rightarrow Q)$$