Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica
Laboratorio di LOGICA PER L'INFORMATICA
24/11/2016

1. Mostrare la struttura dei legami della formula $\int_0^x x^y + x\,dx + \frac{d(x+y)}{dy}(2)$

2. Partizionare le seguenti formule nelle classi di equivalenza indotte dalla relazione di equivalenza α-conversione:
   (a) $\exists x.\exists y.(P(x,z) \wedge \forall y.Q(x,y))$
   (b) $\exists z.\exists y.(P(z,z) \wedge \forall y.Q(z,y))$
   (c) $\exists w.\exists y.(P(w,z) \wedge \forall y.Q(w,y))$
   (d) $\exists x.\exists w.(P(x,z) \wedge \forall y.Q(x,y))$
   (e) $\exists x.\exists y.(P(x,w) \wedge \forall w.Q(x,w))$
   (f) $\exists z.\exists x.(P(z,z) \wedge \forall x.Q(z,x))$

3. Calcolare il risultato della sostituzione

   $$(\Sigma_{b=0}^{a}(i + \Sigma_{i=0}^{n} j))[(i+a)/j]$$

   minimizzando il numero di cambi di nome delle variabili legate.

4. Nel seguente frammento di programma C fare l'inlining della funzione `f` in `main` (ovvero, espandere il codice della `f` nel corpo del `main` per evitare il costo associato alla chiamata di funzione), minimizzando il numero di cambi di nome alle variabili.

```
...

int f(int a, int u) {
        return g(w+a,u);
}

int main() {
        int w, c;
        return f(c*d, w);
}
```

5. Dimostrare usando la deduzione naturale per la logica del prim'ordine, preferendo una prova intuizionista se possibile, che

   $$\exists x.\exists y.P(x,y) \vdash \exists y.\exists x.P(x,y)$$

6. Dimostrare usando la deduzione naturale per la logica del prim'ordine, preferendo una prova intuizionista se possibile, che

$$\forall x. x \leq f(x),\ \forall x. \forall y. \forall z. (x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z) \vdash 0 \leq f(f(0))$$

7. Dimostrare usando la deduzione naturale per la logica del prim'ordine, preferendo una prova intuizionista se possibile, che

$$\vdash \neg(\exists x. P(x)) \Rightarrow \forall y. \neg P(y)$$

8. Dimostrare usando la deduzione naturale per la logica del prim'ordine, preferendo una prova intuizionista se possibile, che

$$\vdash (\forall y. \neg P(y)) \Rightarrow \neg(\exists x. P(x))$$

9. Dimostrare usando la deduzione naturale per la logica del prim'ordine, preferendo una prova intuizionista se possibile, che

$$\vdash (\neg \forall y. \neg P(y)) \Rightarrow \exists x. P(x)$$

10. Dimostrare usando la deduzione naturale per la logica del prim'ordine, preferendo una prova intuizionista se possibile, che

$$\forall x. \forall y. (f(x) \leq y \Rightarrow x \leq g(y)),\ \forall x. x \leq x \vdash \forall z. \exists w. z \leq g(w)$$