

# Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica  
Esercitazione scritta di LOGICA PER L'INFORMATICA  
15/09/2016

- 1 (1 punto). Dare la sintassi per le formule della logica proposizionale.
- 2 (4 punti). Considerare le liste di numeri naturali definite dalla grammatica

$$L ::= [] \mid N :: L$$

dove  $[]$  rappresenta la lista vuota e  $N :: L$  la lista con il naturale  $N$  in testa e  $L$  come coda. Scrivere una funzione  $f(L)$  che ordini la lista  $L$  usando esclusivamente ricorsione strutturale. Come al solito, è possibile usare funzioni ausiliarie purchè definite anch'esse per ricorsione strutturale.

- 3 (2 punti). Un connettivo ternario  $\ddagger(A, B, C)$  è degenere quando lo si può esprimere usando un connettivo binario  $\dagger(X, Y)$  dove  $X, Y \in \{A, B, C\}$ . Calcolare il numero di connettivi ternari degeneri.
- 4 (1 punto). Presentare uno dei paradossi visti a lezione.
- 5 (1 punto). Enunciare il teorema di correttezza per la logica proposizionale classica.
- 6 (1 punto). Elencare due equivalenze logiche notevoli che siano valide in logica classica, ma non in logica intuizionista.
- 7 (8 punti). Dimostrare, per induzione su  $F$ , formula della logica proposizionale ristretta a congiunzioni, variabili,  $\top$  e  $\perp$ , che se  $\vdash F[\perp/A]$  allora per ogni  $G$  si ha  $\vdash F[G/A]$ .
- 8 (8 punti). Si consideri il seguente ragionamento:
- 1) se la Germania cede o i creditori allentano la morsa, allora la Grecia non uscirà dall'euro o sarà la fine del sogno europeo
  - 2) i creditori allenteranno la stretta (per forza) se la Grecia esce dall'euro
  - 3) il sogno europeo non si infrangerà (speriamo?)  
quindi
  - 4) la Grecia non uscirà dall'euro.

Verificare la correttezza del ragionamento utilizzando la deduzione naturale. Preferire una prova intuizionista se possibile.

9 (1 punto). Enunciare il teorema di deduzione semantica.

10 (3 punti). Si consideri la seguente teoria del prim'ordine:

- 1)  $\forall x, (x = c_1 \vee x = c_2 \vee x = c_3 \vee x = c_4)$
- 2)  $\forall x, y, \neg(f(x, y) = x)$
- 3)  $\forall x, y, f(x, y) = f(y, x)$

Per ognuno dei tre seguenti vincoli, fornire un modello della teoria che rispetti tale vincoli, oppure dimostrare che un tale modello non esiste.

- A) il dominio sia l'insieme dei booleani
- B) il dominio sia l'insieme dei numeri naturali
- C) il dominio abbia meno di quattro elementi

11 (2 punti). Calcolare il risultato della sostituzione

$$(\sum_{b=0}^a (i + \sum_{i=0}^n j))[(i + a)/j]$$

minimizzando il numero di cambi di nome delle variabili legate.