

# Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica  
Esercitazione scritta di LOGICA PER L'INFORMATICA  
16/07/16

- 1 (1 punto). Dare la sintassi per le formule della logica proposizionale.  
2 (5 punti). Considerare formule generate dalla sintassi

$$F ::= \perp \mid \neg F \mid F \wedge F \mid F \vee F$$

Definire per ricorsione strutturale una funzione  $c(F)$  che ritorni *true* se tutte le negazioni occorrono come sottoformule di almeno una congiunzione.

Esempio:  $c(\neg(\perp \wedge \perp)) = false$  e  $c(\perp \wedge (\perp \vee \neg \top)) = true$ .

- 3 (1 punto). Dare la definizione di connettivo.  
4 (1 punto). Dare la definizione di riducibilità di un insieme di connettivi a un altro.  
5 (1 punto). Enunciare il teorema di completezza forte per la logica proposizionale classica.  
6 (2 punti). Dimostrare che  $F \Vdash \perp$  sse per ogni formula  $G$  si ha  $F \Vdash G$ .  
7 (8 punti). Consideriamo la grammatica  $F ::= \perp \mid A \mid F \wedge F$  e la funzione

$$\begin{aligned} g(\perp, F) &= \perp \\ g(A, F) &= F \\ g(B, F) &= B \\ &\dots \\ g(G_1 \wedge G_2, F) &= g(G_1, F \wedge F) \wedge g(G_2, F \wedge F) \end{aligned}$$

Dimostrare che per ogni  $G, F, H$  tali che  $F \equiv H$  si ha  $G[F/A] \equiv g(G, H)$ .

- 8 (8 punti). Si consideri il seguente ragionamento:

Se il fatto che golpe fosse una messa in scena implica che era organizzato da Erdogan, allora Putin non c'entra. Se non c'è lo zampino degli americani allora il golpe era organizzato da Erdogan. Putin c'entra. Quindi il golpe era una messa in scena e c'è lo zampino degli americani.

Verificare la correttezza del ragionamento utilizzando la deduzione naturale per la logica proposizionale. Preferire una prova intuizionista se possibile.

- 9 (2 punti). Nel seguente frammento di programma C fare l'inlining della funzione `f` in `main` (ovvero, espandere il codice della `f` nel corpo del `main` per evitare il costo associato alla chiamata di funzione), minimizzando il numero di cambi di nome alle variabili.

```
...

int f(int a, int u) {
    return g(w+a,u);
}

int main() {
    int w, c;
    return f(c*d, w);
}
```

- 10 (3 punti). Si consideri la seguente teoria del prim'ordine:

- 1)  $\forall x, (P(x) \Rightarrow Q(x))$
- 2)  $\exists y. (P(c) \wedge \neg Q(y))$
- 3)  $\forall x. (Q(x) \Rightarrow R(x))$

Elencare tutti i modelli della teoria il cui supporto è o un insieme singolo o l'insieme dei booleani.