Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica
Esercitazione scritta di LOGICA PER L'INFORMATICA
07/04/16

1 (1 punto). Dare la sintassi per le formule della logica proposizionale.

2 (5 punti). Considerare formule generate dalla sintassi

$$F ::= \bot \mid \top \mid \neg F \mid F \wedge F$$

Definire per ricorsione strutturale una funzione $c(F)$ che ritorni $true$ sse ogni foglia di F è $\bot$ sse il numero di negazioni nel percorso radice-foglia è dispari. All'occorrenza è possibile passare ulteriori parametri alla c, o implementare la c usando funzioni definite per mutua ricorsione strutturale.

Esempio: $c(\neg\bot \wedge \top) = true$ e $c(\bot \wedge \neg\top) = false$.

3 (1 punto). Enunciare le tre cause dei paradossi del tipo visto a lezione.

4 (1 punto). Dare la definizione di riducibilità di un insieme di connettivi a un altro.

5 (1 punto). Enunciare il teorema di correttezza per la logica proposizionale classica.

6 (2 punti). Dimostare il teorema di deduzione semantica nella forma $\Gamma, F \Vdash G$ sse $\Gamma \Vdash F \Rightarrow G$.

7 (8 punti). Dimostrare, per induzione su F, formula generata dalla sintassi dell'esercizio 2, che $\Vdash F$ sse $c(F) = true$ e $F \Vdash \bot$ sse $c(F) = false$ dove la c è definita come nell'esercizio 2.

8 (8 punti). Si consideri il seguente ragionamento:
Se l'Italia sbaglia i rigori implica che la Germania andrà in finale, allora i tifosi tedeschi festeggieranno. Se l'Islanda non vincerà allora la Germania andrà in finale. I tifosi tedeschi non festeggieranno. Quindi l'Italia sbaglia i rigori e l'Islanda vincerà.

Verificare la correttezza del ragionamento utilizzando la deduzione naturale per la logica proposizionale. Preferire una prova intuizionista se possibile.

9 (2 punti). Nel seguente frammento di programma C fare l'inlining della funzione `f` in `main` (ovvero, espandere il codice della `f` nel corpo del `main` per evitare il costo associato alla chiamata di funzione), minimizzando il numero di cambi di nome alle variabili.

```
...

int f(int z, int y) {
        return g(x+z,y);
}

int main() {
        int x, c;
        return f(d+c, x);
}
```

10 (3 punti). Si consideri la seguente teoria del prim'ordine:

1) $\forall x, y, \exists z.(a(x, y) \Rightarrow a(x, z) \wedge a(z, y))$
2) $\forall y.\neg a(y, y)$
3) $\forall x, y.(a(x, y) \Rightarrow a(y, x))$
4) $a(c, d)$

Per ognuno dei tre seguenti vincoli, fornire un modello della teoria che rispetti tale vincoli, oppure dimostrare che un tale modello non esiste.

A) il supporto sia l'insieme dei booleani
B) il supporto sia l'insieme dei numeri razionali
C) $\exists x, y.\neg(x = y) \wedge \neg a(x, y)$ dove $=$ sia interpretata come
. uguaglianza nel modello.