

Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica
Esercitazione scritta di LOGICA PER L'INFORMATICA
18/02/16 - Fila 2

- 1 (1 punto). Dare la sintassi per le formule della logica proposizionale.
- 2 (5 punti). Definire per ricorsione strutturale una funzione $f(F)$ che ritorni *true* sse leggendo la formula F della logica proposizionale si incontrano le variabili proposizionali (chiamate A_0, A_1, \dots) in ordine crescente. Esempio: $f(A_0 \wedge A_1 \Rightarrow A_5) = tt$, $f(A_3 \wedge A_2) = ff$.
- 3 (1 punto). Dimostrare che in logica proposizionale classica $\Vdash F$ sse $F \equiv \top$ usando solo la definizioni di conseguenza logica e quella di interpretazione di una formula.
- 4 (1 punto). Dare un esempio di formula soddisfacibile, non tautologica e non logicamente equivalente a una variabile proposizionale.
- 5 (1 punto). Enunciare il teorema di correttezza per la logica proposizionale classica.
- 6 (1 punto). Enunciare il teorema di dualità.
- 7 (8 punti). Si considerino formule della logica proposizionale ristrette a A, B, \top , negazione e disgiunzione. Sia v^* il mondo ottenuto da v come segue: $v^*(A) = v(B)$, $v^*(B) = v(A)$.
 - (a) Definire per ricorsione strutturale su F la funzione $s(F)$ che scambia A con B e viceversa.
 - (b) Dimostrare, per induzione su F , che $\forall v$, $\llbracket s(F) \rrbracket^v = \llbracket F \rrbracket^{v^*}$.
- 8 (8 punti). Si consideri il seguente ragionamento:
Non è vero che se il canguro non passa allora i cinque stelle non sono a favore della legge. Se i cinque stelle sono a favore e il PD non si spacca allora il canguro passa. Quindi, come al solito, il PD si spacca.
Verificare la correttezza del ragionamento utilizzando la deduzione naturale per la logica proposizionale. Preferire una prova intuizionista se possibile.
- 9 (1 punto). Dare la definizione di regola localmente corretta in deduzione naturale e mostrare un esempio di regola non localmente corretta.

10 (3 punti). Si consideri la seguente teoria del prim'ordine:

- 1) $\forall x, c(c(x)) = c(x)$
- 2) $\exists x, \neg(c(x) = x)$
- 3) $\forall y, (p(y) \Rightarrow \exists x, y = c(x))$
- 4) $\exists x, \neg p(c(x))$
- 5) $\exists x, p(x)$

Per ognuno dei tre seguenti vincoli, fornire un modello della teoria che rispetti tale vincoli, oppure dimostrare che un tale modello non esiste.

- A) il supporto sia un insieme numerico a vostra scelta
- B) c sia interpretata come una funzione costante
- C) il supporto sia l'insieme $\{-1, 0, 1\}$

11 (2 punti). Calcolare il risultato della sostituzione

$$\left(\int_0^h \int_0^z x * y \, dy \, dx \right) [(h + y + x)/z]$$

minimizzando il numero di cambi di nome delle variabili legate.