Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica
Esercitazione scritta di LOGICA PER L'INFORMATICA
18/02/2016 - Fila 1

1 (1 punto). Dare la sintassi per le formule della logica del prim'ordine.

2 (5 punti). Definire per ricorsione strutturale una funzione $f(F)$ che ritorni $true$ sse leggendo la formula F della logica proposizionale si incontrano le variabili proposizionali (chiamate $A_0, A_1, \ldots$) in ordine decrescente. Esempio: $f(A_5 \wedge A_1 \Rightarrow A_0) = tt$, $f(A_2 \wedge A_3) = ff$.

3 (1 punto). Dimostrare che in logica proposizionale classica $F \vdash \perp$ sse F è insoddisfacibile, usando solo la definizioni di conseguenza logica e quella di interpretazione di una formula.

4 (1 punto). Dare un esempio di formula logicamente equivalente a una variabile proposizionale, ma contenente almeno due simboli.

5 (1 punto). Enunciare il teorema di completezza forte per la logica proposizionale classica.

6 (1 punto). Enunciare il teorema di invarianza per sostituzione.

7 (8 punti). Si considerino formule della logica proposizionale ristrette a $A, B, \perp$, negazione e congiunzione. Sia v^* il mondo ottenuto da v come segue: $v^*(A) = v(B)$, $v^*(B) = v(A)$.

(a) Definire per ricorsione strutturale su F la funzione $s(F)$ che scambia A con B e viceversa.

(b) Dimostrare, per induzione su F, che $\forall v,\ [\![s(F)]\!]^v = [\![F]\!]^{v^*}$.

8 (8 punti). Si consideri il seguente ragionamento:
Non è vero che se i cinque stelle sono a favore della legge allora il canguro passa. Anche se il canguro non passa ma il PD si spacca, allora i cinque stelle non sono a favore della legge. Quindi il PD si spacca.

Verificare la correttezza del ragionamento utilizzando la deduzione naturale per la logica proposizionale. Preferire una prova intuizionista se possibile.

9 (1 punto). Dare la definizione di regola invertibile in deduzione naturale e mostrare un esempio di regola non invertibile.

10 (3 punti). Si consideri la seguente teoria del prim'ordine:

1) $\forall x, a(x) = a(a(x))$
2) $\exists x, \neg(x = a(x))$
3) $\forall y, \exists x, (q(y) \Rightarrow y = a(x))$
4) $\exists x, \neg q(a(x))$
5) $\exists x, q(x)$

Per ognuno dei tre seguenti vincoli, fornire un modello della teoria che rispetti tale vincoli, oppure dimostrare che un tale modello non esiste.
A) il supporto sia un insieme numerico a vostra scelta
B) a sia interpretata come una funzione costante
C) il supporto sia l'insieme $\{-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\}$

11 (2 punti). Calcolare il risultato della sostituzione

$$(\Sigma_{i=0}^{k} \Sigma_{j=0}^{x} i * j)[(j * i * k)/x]$$

minimizzando il numero di cambi di nome delle variabili legate.