Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica
Esercitazione scritta di LOGICA PER L'INFORMATICA
27/01/16 - Fila 2

1 (1 punto). Dare la sintassi per le formule della logica proposizionale.

2 (5 punti). Definire per ricorsione strutturale una funzione $f(F)$ che ritorni $true$ sse nella formula F della logica proposizionale occorrono solo o disgiunzioni e atomi, o congiunzioni e variabili proposizionali.

3 (1 punto). Dare la definizione di mondo per la logica proposizionale senza fare riferimento alle tabelle di verità.

4 (1 punto). Dare la definizione di formula insoddisfacibile per la logica proposizionale facendo riferimento alle tabelle di verità.

5 (1 punto). Enunciare il teorema di correttezza per la logica proposizionale classica.

6 (1 punto). Dimostrare il teorema di compattezza assumendo il teorema di completezza forte e il teorema di correttezza.

7 (8 punti). Dimostrare, per induzione su F, formula della logica proposizionale ristretta alle disgiunzioni, variabili, $\perp$ e negazioni, che se $FV(F) = \emptyset$ allora $\Vdash F$ oppure F è insoddisfacibile.

8 (8 punti). Si consideri il seguente ragionamento:
Se i 5 stelle resteranno fedeli alle intenzioni di voto, ma il PD si spaccherà allora non passeranno le unioni civili. Poichè se passeranno le unioni civili allora i 5 stelle saranno restati fedele alle intenzioni di voto, non possiamo che concludere che o il PD incredibilmente non si spaccher, oppure non passeranno le unioni civili.

Verificare la correttezza del ragionamento utilizzando la deduzione naturale per la logica proposizionale. Preferire una prova intuizionista se possibile.

9 (1 punto). Dare la definizione di problema co-semidecidibile e dare due esempi di problema co-semidecidbile non decidibile.

10 (3 punti). Si consideri la seguente teoria del prim'ordine:
1) $\forall x, (d(0, x) \iff \neg(x = 0))$
2) $\forall y, (d(y, 1) \iff \neg(y = 1))$

3) $\forall x, y. d(x, y) \Rightarrow \exists z. d(x, z) \wedge d(z, y)$
4) $\neg \exists x. d(x, x)$

Per ognuno dei tre seguenti vincoli, fornire un modello della teoria che rispetti tale vincoli, oppure dimostrare che un tale modello non esiste.
A) il supporto sia l'insieme dei booleani
B) il supporto sia l'insieme dei numeri naturali
C) d sia interpretata come relazione d'ordine

11 (2 punti). Calcolare il risultato della sostituzione

$$(\forall x. \exists y. P(x, y, z))[(\Sigma_{y=0}^{4}\, x + y + w)/z]$$

minimizzando il numero di cambi di nome delle variabili legate.