Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica
Esercitazione scritta di LOGICA PER L'INFORMATICA
27/01/2016 - Fila 1

1 (1 punto). Dare la sintassi per le formule della logica del prim'ordine.

2 (5 punti). Definire per ricorsione strutturale una funzione $f(F)$ che ritorni *true* sse nella formula F della logica proposizionale occorrono solo o congiunzioni e variabili proposizionali, o disgiunzioni e atomi.

3 (1 punto). Dare la definizione di mondo per la logica proposizionale facendo riferimento alle tabelle di verità.

4 (1 punto). Dare la definizione di formula insoddisfacibile per la logica proposizionale senza fare riferimento alle tabelle di verità.

5 (1 punto). Enunciare il teorema di completezza forte per la logica proposizionale classica.

6 (1 punto). Dimostrare il teorema di completezza forte assumendo il teorema di completezza debole e il teorema di compattezza.

7 (8 punti). Dimostrare, per induzione su F, formula della logica proposizionale ristretta alle congiunzioni, variabili, $\top$ e negazioni, che se $FV(F) = \emptyset$ allora $\Vdash F$ oppure F è insoddisfacibile.

8 (8 punti). Si consideri il seguente ragionamento:
Se il PD non si spaccher allora passeranno la stepchild adoption o le unioni civili. Poichè se non passeranno le unioni civili allora non passer la stepchild adoption non possiamo che concludere che o il PD si spaccher oppure passeranno le unioni civili.

Verificare la correttezza del ragionamento utilizzando la deduzione naturale per la logica proposizionale. Preferire una prova intuizionista se possibile.

9 (1 punto). Dare la definizione di problema semidecidibile e dare due esempi di problema semidecidbile non decidibile.

10 (3 punti). Si consideri la seguente teoria del prim'ordine:
1) $\forall x, (m(0,x) \iff \neg(x = 0)) \wedge (m(x,1) \iff \neg(x = 1))$
2) $\forall x, y.\exists z.(m(x,y) \Rightarrow m(x,z) \wedge m(z,y))$
3) $\forall x.\neg m(x,x)$

Per ognuno dei tre seguenti vincoli, fornire un modello della teoria che rispetti tale vincoli, oppure dimostrare che un tale modello non esiste.
A) il supporto sia l'insieme dei booleani
B) il supporto sia l'insieme dei numeri naturali
C) m sia interpretata come relazione d'ordine

11 (2 punti). Calcolare il risultato della sostituzione

$$(\exists y.\forall z.y + z \leq x))[(\int_0^4 z + y + w \; dy)/x]$$

minimizzando il numero di cambi di nome delle variabili legate.