Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica
Esercitazione scritta di LOGICA PER L'INFORMATICA
Esempio per l'anno accademico 2015-2016

1 (1 punto). Dare la sintassi per le formule della logica del prim'ordine.

2 (5 punti). Definizione: $N \Rightarrow P$ è positiva sse N è negativa e P è positiva; $P \Rightarrow N$ è negativa sse P è positiva e N è negativa; $\neg P$ è negativa sse P è positiva; $\neg N$ è positiva sse P è negativa; la variabile proposizionale A è positiva.

Scrivere una funzione ricorsiva su F che ritorni tt se $f(F, tt)$ è positiva.

3 (1 punto). Quali condizioni debbono soddisfare A e I (il dominio e la funzione di interpretazione usate per dare la semantica di un linguaggio del prim'ordine in un mondo).

4 (1 punto). Mostrare un esempio di formula insoddisfacibile di taglia minima; fare lo stesso per le formule soddisfacibili.

5 (1 punto). Enunciare il teorema di completezza debole per la logica proposizionale classica.

6 (1 punto). Enunciare il teorema di compattezza per la logica proposizionale classica.

7 (8 punti). Dimostrare, per induzione su F, formula della logica proposizionale ristretta alla variabile A, negazioni e implicazioni, che se F è positiva allora $F \equiv A$.

Suggerimento: è possibile utilizzare nella dimostrazione equivalenze logiche notevoli (tipo $A \vee A \equiv A$).

8 (8 punti). Si consideri il seguente ragionamento:
Se lo Shinkansen è in ritardo o il tassista non mi capisce perderò il volo da Osaka e la coincidenza per Bologna. Fortunatamente gli Shinkansen sono sempre puntuali. Inoltre la coincidenza per Washington è garantita se il volo per Bologna è un connecting flight. Quindi, poichè da Bologna proseguo per Washington, allora il tassista giapponese mi capisce di sicuro (?!?).

Verificare la correttezza del ragionamento utilizzando la deduzione naturale classica per la logica proposizionale.

9 (1 punto). Spiegare la differenza fra logica proposizionale e logica del prim'ordine.

10 (3 punti). Si consideri la seguente teoria del prim'ordine:

1) $\forall x, f(f(f(x))) = f(x)$

2) $\exists x. \neg(f(x) = x)$

3) $\forall x. \exists y. f(y) = x$

Fornire tre modelli distinti. Per tutto l'esercizio i modelli debbono interpretare il simbolo di uguaglianza come uguaglianza sul dominio.