Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica
Esercitazione scritta di LOGICA PER L'INFORMATICA
04 settembre 2013

1 (1 punto). Dare la sintassi per le formule della logica proposizionale

2 (1 punto). Scrivere una funzione g strutturalmente ricorsiva sulle formule generate dalla grammatica $F ::= \bot \mid A \mid B \mid \ \dots \ \mid F \wedge F$ che ritorni $true$ sse nella formula, rappresentata come stringa di caratteri, tutte le A precedono le B. Esempio: $g((A \wedge A) \wedge B) = true$ e $g((A \wedge B) \wedge A) = false$

3 (1 punto). Dare la definizione di paradosso.

4 (1 punto). Elencare tutte le più piccole forme normali disgiuntive in logica proposizionale.

5 (1 punto). Enunciare le leggi di DeMorgan per i quantificatori.

6 (1 punto). Enunciare il teorema di compattezza per la logica proposizionale classica.

7 (3 punti). Dimostrare, per induzione strutturale su F, formula della logica proposizionale ristretta ai casi $\vee, \bot$ e atomi, che per ogni mondo v

$$[\![F]\!]^v = \max\{v(X) \mid X \in FV(F)\}$$

8 (8 punti). Si consideri il seguente ragionamento:
(a) Se il PD non cede, sull'IMU o sulla decadenza di Berlusconi, non perde voti.
(b) Se non cade il governo, il PD perde voti
(c) Se il PD cede sulla decadenza di Berlusconi, il PDL trionferà.
(d) Se il PD non perde voti, allora il governo non cade
Quindi
(e) se anche il PD non cede sull'IMU, il PDL trionferà ugualmente.

Verificare la correttezza del ragionamento utilizzando la deduzione naturale classica.

9 (2 punti). Si esprima in logica del prim'ordine nel modo più fedele possibile la seguente sentenza "*La prima gallina che canta ha fatto l'uovo*" utilizzando come unici predicati quello che esprime il cantare e quello che esprime fare l'uovo.

10 (1 punto). Dimostrare il teorema di correttezza per la logica proposizionale classica assumendo che ogni regola di inferenza sia localmente corretta.

11 (1 punto). Formalizzare in logica proposizionale: "A è condizione necessaria per B" e "A è condizione sufficiente per B".

12 (1 punto). Trovare la forma normale disgiuntiva che corrisponde alla seguente tabella di verità:

A	B	
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

13 (10 punti). Si consideri la seguente teoria del prim'ordine:

1) $\neg\forall x.R(x,x)$
2) $\forall x,y,z.R(x,y) \wedge R(y,z) \Rightarrow R(x,z)$
3) $\forall x,y.R(f(x),y) \Rightarrow R(f(y),x)$

(a) Fornire almeno due modelli distinti.

(b) Per ognuna delle seguenti formule, dire se essa sia o meno una tautologia nella teoria appena data. Se lo è, si fornisca una prova, possibilmente intuizionista. Se non lo è, si mostri un'interpretazione che non sia un modello della formula. Inoltre, se la formula è soddisfacibile, fornire un'interpretazione che sia un modello della formula e se è insoddisfacibile fornire una dimostrazione della sua negata.

a) $\forall x,y.R(x,y) \Rightarrow R(y,x)$
b) $(\exists x,y.R(x,y)) \wedge (\forall x,y.R(x,y) \Rightarrow R(y,x))$
c) $\forall x.R(f(f(x)),x)$