

# Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica  
Esercitazione scritta di LINGUAGGI  
Teoria — 09 settembre 2010

1. Dare la sintassi per le formule della logica proposizionale
2. Scrivere la funzione ricorsiva che dice se la variabile  $x$  compare libera in una formula del prim'ordine.
3. Mostrare un insieme di connettivi che sia funzionalmente completo per la logica proposizionale e dimostrarlo.
4. Mettere la seguente formula in forma normale prenessa:  
 $P(y) \wedge \forall y.(P(y) \Rightarrow Q(y))$
5. Dire quali delle seguenti asserzioni sono vere e quali no, mostrando un contro-esempio per quelle false. In una mappa di Karnaugh
  - cambiando uno 0 in un 1 il numero di implicanti aumenta sempre
  - cambiando uno 0 in un 1 il numero di implicanti primi aumenta sempre
  - cambiando uno 0 in un 1 il numero di implicanti primi essenziali aumenta sempre
6. Enunciare il teorema di compattezza per la logica proposizionale.
7. Enunciare il teorema di deduzione sintattica per il calcolo proposizionale e dimostrarlo.
8. Sia  $F$  una formula proposizionale qualsiasi e sia  $v^*$  la valutazione definita da

$$\begin{cases} v^*(A) = v(B) \\ v^*(B) = v(A) \\ v^*(C) = v(C) \end{cases} \text{ per tutti i } C \notin \{A, B\}$$

Dimostrare, per induzione su  $F$ , che  $\llbracket F \rrbracket^v = \llbracket F[A/B; B/A] \rrbracket^{v^*}$ . Come corollario, dimostrare che  $F$  è una tautologia sse  $F[A/B; B/A]$  lo è.