Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica
Esercitazione scritta di LINGUAGGI
Pratica — 13 febbraio 2009

1. Si consideri il seguente ragionamento:

   (a) Fa freddo e quando non ci sono le candele fa anche buio
   (b) Per fortuna non è vero che fa freddo e buio

   Dunque:

   (c) fa freddo, ma almeno ci sono le candele

   Verificare la correttezza del ragionamento

   (1) utilizzando la deduzione naturale
   (2) utilizzando solamente equivalenze logiche notevoli (p.e. $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$) per dimostrare che la tesi è logicamente equivalente a $\top$

2. Sia data la seguente tabella di veritá

0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

   1) Sintetizzare una formula in CNF la cui semantica corrisponda alla tabella di veritá
   2) Sintetizzare una formula in DNF tramite il metodo delle mappe di Karnaugh

3. Si consideri il seguente linguaggio del primo ordine:
   Costanti: $\emptyset$
   Predicati binari: $=, \in, \subseteq, \between$

   Sia Γ la seguente lista di assiomi:

(a) $\forall A, B.(A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x.(x \in A \Rightarrow x \in B))$

(b) $\forall A, B.(A \between B \Leftrightarrow \exists x.(x \in A \wedge x \in B))$

(c) $\forall x. \neg x \in \emptyset$

(d) $\forall A, B.(A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \wedge B \subseteq A)$

Nota 1: la formula $A \between B$ si legge "A *interseca* B".

Per ognuna delle seguenti formule: se la formula non è conseguenza logica di Γ, fornire un contromodello; se è una conseguenza logica intuizionista di Γ, fornire una derivazione in deduzione naturale intuizionista; se è una conseguenza logica classica, ma non intuizionista, dimostrarla tale usando un metodo a vostra scelta (deduzione naturale, risoluzione, equivalenze logiche notevoli).

(1) $\forall A, B.(A \between B \vee A \subseteq B \vee B \subseteq A)$

(2) $\forall A.(A \between A \Rightarrow \neg A = \emptyset)$

(3) $\forall A.(\neg A = \emptyset \Rightarrow A \between A)$

Nota 2: per rendere più compatte le prove, dimostrare intuizionisticamente a lato (e utilizzare poi liberamente) le seguenti regole derivate:

$$\text{apply-1}\ \frac{\forall A, B.P(A, B) \Leftrightarrow Q(A, B) \qquad P(t, s)}{Q(t, s)}$$

$$\text{apply-2}\ \frac{\forall A, B.P(A, B) \Leftrightarrow Q(A, B) \qquad Q(t, s)}{P(t, s)}$$

Nota 3: in caso di mancanza di tempo, fornire prove informali, il più possibile rigorose, al posto di alberi di derivazione