

Università degli Studi di Bologna

Corso di Laurea in Informatica
 Esercitazione scritta di LINGUAGGI
 Pratica — 16 gennaio 2009

1. Si consideri il seguente ragionamento:
- (a) Carmelo si sposa se Angela divorzia e Beatrice non è incinta
 - (b) Che Angela non divorzi o Dario sia libero non è vero
 - (c) Se Beatrice è incinta allora Dario è libero

Dunque: (d) O Carmelo si sposa o Angela non divorzia

Verificare la correttezza del ragionamento utilizzando

(1) deduzione naturale e (2) il metodo di risoluzione

Risposta:

- (a) $A \wedge \neg B \Rightarrow C$
- (b) $\neg(\neg A \vee D)$
- (c) $B \Rightarrow D$
- (d) $C \vee \neg A$

$$\begin{array}{c}
 \frac{B \Rightarrow D \quad [B]}{D} \\
 \frac{\neg(\neg A \vee D) \quad \frac{D}{\neg A \vee D}}{\perp} \\
 \frac{\perp}{\neg B} \\
 \frac{A \wedge \neg B \Rightarrow C \quad [A] \quad A \wedge \neg B}{C} \\
 \frac{A \vee \neg A \quad C}{C \vee \neg A} \\
 \frac{C \vee \neg A \quad \frac{C \vee \neg A}{C \vee \neg A} \quad [\neg A]}{C \vee \neg A}
 \end{array}$$

- (a) $\neg A \vee B \vee C : \{\neg A, B, C\}$
- (b) $A \wedge \neg D : \{A\}, \{\neg D\}$

- (c) $\neg B \vee D : \{\neg B, D\}$
 (d) $\neg C \wedge A : \{\neg C, \{A\}$

$$\frac{\frac{\frac{\{\neg A, B, C\}}{\{B, C\}} \quad \{A\}}{\{B\}} \quad \{\neg C\}}{\{D\}} \quad \frac{\{\neg B, D\}}{\{\neg D\}}}{\square}$$

2. Sia data la seguente tabella di verità

0	0	0	0	1) Sintetizzare una formula in DNF la cui semantica corrisponda alla tabella di verità 2) Ripetere l'esercizio attraverso il metodo delle mappe di Karnaugh
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	1	1	
1	0	0	1	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	1	0	

Risposta:

(a) $\neg A \wedge \neg B \wedge C \vee \neg A \wedge B \wedge C \vee A \wedge \neg B \wedge \neg C \vee A \wedge \neg B \wedge C$

(b)

A/BC	00	01	11	10	
0	0	1	1	0	$\neg A \wedge C \vee A \wedge \neg B$
1	1	1	0	0	

3. Si considerino le seguenti formule del prim'ordine. Per ciascuna di esse si dica se si tratta o meno di una tautologia. In caso affermativo la si dimostri, preferendo prove intuizioniste se possibile. In caso negativo, si fornisca una interpretazione che non è un modello della formula. Inoltre, se è soddisfacibile, fornire un'interpretazione che sia un modello della formula.

- a) $a \leq b \wedge b \leq c \wedge \neg c = c \Rightarrow \neg c \leq a$
 b) $\forall a, b. (a < b \Rightarrow \neg b < a) \Rightarrow \exists c, d. (c < d \Rightarrow \forall x. c < x)$

Risposta:

- a) La formula è chiaramente soddisfacibile, come mostra un qualunque modello in cui si interpreta $=$ come una relazione riflessiva.

La formula è anche insoddisfacibile (e quindi non tautologica) come mostra il modello in cui \leq è il predicato che vale sempre e $=$ il predicato che non vale mai.

b) La formula è una tautologia intuizionista:

$$\begin{array}{c}
 \frac{[\forall a, b. a < b \Rightarrow \neg b < a]}{\frac{\frac{\frac{\forall b. w < b \Rightarrow \neg b < w}{w < w \Rightarrow \neg w < w} \quad [w < w]}{\neg w < w} \quad [w < w]}{\perp} \\
 \frac{\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{\perp}{\forall x. w < x}}{(w < w \Rightarrow \forall x. w < x)}}{\exists d. (w < d \Rightarrow \forall x. w < x)}}{\exists c, d. (c < d \Rightarrow \forall x. c < x)}}{\forall a, b. (a < b \Rightarrow \neg b < a) \Rightarrow \exists c, d. (c < d \Rightarrow \forall x. c < x)}
 \end{array}$$