

Logica per l'Informatica

Deduzione Naturale 1

24/10/2023

Esercizio 1. Dare una dimostrazione in DN di:

$$A \vdash B \rightarrow A$$

$$B \vdash A \rightarrow A$$

Dare *tre* dimostrazioni in DN di:

$$A \rightarrow A \vdash A \rightarrow A$$

Dare *due* dimostrazioni in DN di:

$$A \vdash A \vee A$$

Esercizio 2. Formalizza come formule di DN i seguenti ragionamenti in italiano. Verificane la correttezza logica fornendone una dimostrazione in DN, quando possibile.

- Se vado a mensa allora mangio. Mangio. Dunque, vado a mensa.
- Se faccio bene questo esercizio, allora ho capito la deduzione naturale. Se ho capito la deduzione naturale allora capisco Matita. Quindi, se faccio bene questo esercizio, capisco Matita.
- Se dimostri l'ipotesi di Riemann¹ allora hai anche dimostrato l'ipotesi di Lindelöf². Se dimostri l'ipotesi di Lindelöf sei un bravo matematico. Dunque, se dimostri l'ipotesi di Riemann, sei un bravo matematico.
- Se $2+2 = 5$ allora io sono Babbo Natale. Anche se i numeri primi sono finiti allora io sono Babbo Natale. Quindi io sono Babbo Natale sia se $2 + 2 = 5$ che se ci sono finiti numeri primi.

¹L'ipotesi di Riemann è una famosissima congettura di matematica.

²L'ipotesi di Lindelöf è una congettura di matematica un po' meno famosa.

Esercizio 3. Dare una dimostrazione in DN dei seguente enunciati:

$$\vdash (A \rightarrow B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B) \rightarrow A \rightarrow C$$

Esercizio 4. Dare una dimostrazione in DN del seguente enunciato:

$$E, A \wedge B \rightarrow C \vee D \vdash ((C \rightarrow D) \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow D) \wedge E$$

Esercizio 5. Dare una dimostrazione in DN del seguente enunciato:

$$A, (B \rightarrow C \vee D) \wedge (C \rightarrow (A \rightarrow \perp) \vee D) \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow D$$

Esercizio 6. Dare una dimostrazione in DN del seguente enunciato:

$$A \rightarrow D \vee B, D \rightarrow C \rightarrow \perp, B \wedge C \rightarrow E \vdash A \wedge C \rightarrow E$$