Corso di Linguaggi di Programmazione — Parziale M-Z di fine modulo
Prova scritta del 20 Dicembre 2022

Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti.

1. Per quali valori delle variabili X e Y la seguente espressione

$$\mathcal{I}_X^{L_0}(\mathcal{C}_{L_1,L_0}^{L_1}, \mathcal{I}_{L_1}^{Y})$$

non produce errore? È utile il programma che viene calcolato?

2. Descrivere le regole di semantica operazionale strutturata per l'espressione booleana b_0 and b_1, secondo la disciplina di valutazione interna-parallela (IP). Argomentare che la valutazione IP e quella IS (interna-sinistra) forniscono sempre lo stesso risultato.

3. Classificare il linguaggio $L = \{a^{2n+1}b^{2m+1} \mid m \geq n \geq 0\}$, ovvero dire se L è regolare, oppure libero ma non regolare, oppure non libero, giustificando adeguatamente la risposta.

4. È vero che, per ogni linguaggio L di classe LL(2), esiste un DPDA N tale che $L = L[N]$ (riconoscimento per stato finale)? Motivare la risposta.

5. Si consideri il seguente NFA $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$, dove $\Sigma = \{a\}$, $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$, $F = \{q_3\}$ e la funzione di transizione $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \to \mathcal{P}(Q)$ è cosí definita: $\delta(q_0, a) = \{q_1, q_3\}$, $\delta(q_1, a) = \{q_0, q_2\}$, $\delta(q_2, a) = \{q_1, q_3\}$, $\delta(q_3, a) = \{q_2, q_4\}$, $\delta(q_4, a) = \{q_3\}$, mentre $\delta(q, \epsilon) = \emptyset$ per tutti i $q \in Q$. Si fornisca una rappresentazione grafica di M. Si costruisca il DFA M' associato, secondo la costruzione per sottoinsiemi. Qual è il linguaggio riconosciuto da M'?

6. Considerando il DFA M' determinato al punto 5, si verifichi se M' è minimo; quindi si ricavi dal DFA minimo la grammatica regolare associata, seguendo la costruzione vista a lezione; infine, si ricavi da quella grammatica l'espressione regolare associata.

7. Mostrare che $L_1 = \{a^n b^m \mid 0 \leq m \leq n\}$ è libero deterministico, costruendo un opportuno DPDA. Sapendo che anche $L_2 = \{b^n \mid n \geq 0\}$ è libero deterministico, è vero che $L_1 \cdot L_2$ è un linguaggio libero deterministico?

8. Si consideri la seguente grammatica G con simbolo iniziale S:

$$\begin{array}{lllllll} S & \to & BAC\mathtt{a} \mid AC\mathtt{b} \mid \mathtt{a}E & \quad & A & \to & \epsilon \mid \mathtt{a}BE \mid \mathtt{a} \\ B & \to & \mathtt{a} \mid \mathtt{b}SC\mathtt{b} & & C & \to & A \mid C\mathtt{d} \\ D & \to & \mathtt{c} \mid \mathtt{d}S\mathtt{a} & & E & \to & \mathtt{a}ED \end{array}$$

(*i*) Si calcolino i First e i Follow per tutti i nonterminali. (*ii*) Si rimuovano i simboli inutili per ottenere una grammatica G' senza simboli inutili, che sia equivalente a G. (*iii*) Si rimuova la produzione epsilon per ottenere una grammatica G'' senza produzioni epsilon, che sia equivalente a G' (a meno di ϵ). (*iv*) Si rimuovano le produzioni unitarie da G'' per ottenere una grammatica G''' senza produzioni unitarie equivalente a G''.

9. Si consideri la grammatica G con simbolo iniziale S:

$$\begin{array}{lllllll} S & \to & SA \mid B & \quad & A & \to & \mathtt{a} \\ B & \to & \mathtt{b}B' & & B' & \to & B \mid \epsilon \end{array}$$

(*i*) Calcolare $L(G)$. (*ii*) Eliminare la ricorsione sinistra immediata, per ottenere una grammatica equivalente G'. (*iii*) Verificare che G' è di classe LL(1). (*iv*) Costruire la tabella di parsing LL(1). (*iv*) Mostrare il funzionamento del parser LL(1) sull'input $bbaa$.

10. Si consideri la grammatica G con simbolo iniziale S:

$$\begin{array}{lll} S & \to & \mathtt{a}B\mathtt{c} \\ B & \to & \mathtt{b}B\mathtt{b} \mid \mathtt{b} \end{array}$$

Verificare che G non è di classe LR(1).

Parziale B del 20/12/22

1) $I^{L_0}_{X}(C^{L_1}_{L_1 L_0}, I^{Y}_{L_1})$

Per non produrre errore, deve essere $X = L_1$ e $Y = L_1$.

Quello che viene calcolato è $I^{L_0}_{L_1}$, ovvero un interprete ~~scr~~ scritto in L_0 che esegue programmi scritti in L_1, che noi avevamo già! Quindi inutile...

2) b_0 and b_1 con valutazione IP (interna-parallela)

$$\frac{\langle b_0, \sigma\rangle \to_b \langle b_0', \sigma'\rangle}{\langle b_0 \text{ and } b_1, \sigma\rangle \to_b \langle b_0' \text{ and } b_1, \sigma'\rangle}$$

$$\frac{\langle b_1, \sigma\rangle \to_b \langle b_1', \sigma'\rangle}{\langle b_0 \text{ and } b_1, \sigma\rangle \to_b \langle b_0 \text{ and } b_1', \sigma'\rangle}$$

$$\frac{}{\langle t_1 \text{ and } t_2, \sigma\rangle \to \langle t, \sigma\rangle}$$

t	t_1	t_2
V	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

La valutazione IP e quella IS vanno comunque a valutare entrambi gli argomenti prima di effettuare l'operazione AND. Quindi il risultato sarà lo stesso in ogni caso, anche se la $\to_{IS}$ è deterministica, mentre la $\to_{IP}$ è nondeterministica (ma confluente!)

3) $L = \{ a^{2n+1} b^{2m+1} \mid m \geq n \geq 0 \}$

$$\left.\begin{array}{l} S \to a A b \\ A \to \varepsilon \mid aaAbb \mid Abb \end{array}\right] \quad G \text{ è libera}$$

quindi $L(G) = L$ è libera!

$L(A) = \{ a^{2n} b^{2m} \mid m \geq n \geq 0 \}$

$L(S) = \{ a^{2n+1} b^{2m+1} \mid m \geq m \geq 0 \}$

L non è regolare e lo dimostro usando il pumping lemma a rovescio

- Fissiamo $N > 0$ generico $(\forall N > 0)$
- Scegliamo $z = a^{2N+1} b^{2N+1}$ $(\exists z \in L, |z| \geq N)$
- Per ogni u, v, w tali che $z = uvw$, $|uv| \leq N$ e $|v| \geq 1$, deve essere $v = a^J$ con $J \geq 1$
- Allora $\exists k = 2$ tale che $uv^2w \notin L$

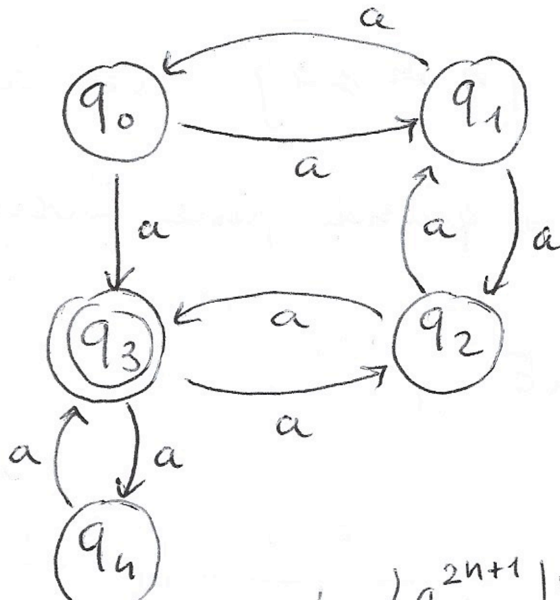
  Infatti $uv^2w = a^{2N+1+J} b^{2N+1} \notin L$

  perché ho più "a" che "b"

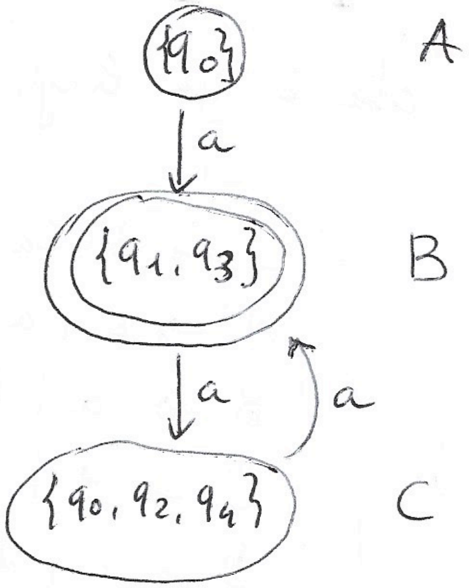
$\Rightarrow$ L non è regolare

4) Se L è un linguaggio di classe LL(2), allora, per un teorema visto a lezione, sappiamo che L è un ling. libero deterministico. Per def. di ling. libero det., deve ∃ N DPDA che riconosce L per stato finale. Quindi l'affermazione è vera.

5)



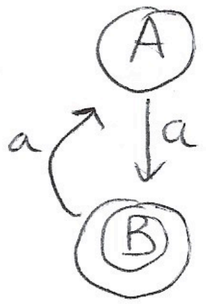
$L = \{a^{2n+1} \mid n \geq 0\}$



6)

	A	B
B	X_0	
C		X_0

$A \sim C$



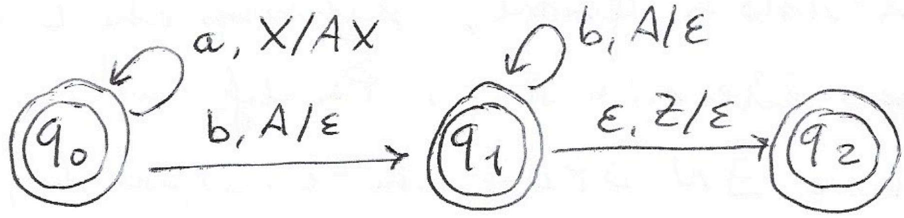
$A \to aB \mid a$
$B \to aA$

$A \to aaA \mid a$

$(aa)^*a$

$L = \{a^{2n+1} \mid n \geq 0\}$

8) $L_1 = \{ a^n b^m \mid 0 \leq m \leq n \}$



$L_2 = \{ b^n \mid n \geq 0 \}$

$L_1 \cdot L_2 = \{ a^n b^m \mid n, m \geq 0 \}$ cioè $a^* b^*$

che è un ling. regolare e quindi pure libero deter.

9)

$$G \left[\begin{array}{l} S \to BACa \mid ACb \mid aE \\ A \to \varepsilon \mid aBE \mid a \\ B \to a \mid bSCb \\ C \to A \mid Cd \\ D \to c \mid dSa \\ E \to aED \end{array} \right.$$

	First	Follow
S	a, b, d	\$, a, d, b
A	ε, a	a, d, b
B	a, b	a, d
C	ε, a, d	a, b, d
D	c, d	\$, a, d, b, c
E	a	\$, a, d, b, c

E non è generatore e quindi D non è raggiungibile

$$G' \left[\begin{array}{l} S \to BACa \mid ACb \\ A \to \varepsilon \mid a \\ B \to a \mid bSCb \\ C \to A \mid Cd \end{array} \right.$$

rimuovere la prod. ε

$N(G) = \{A, C\}$

$$G'' \left[\begin{array}{l} S \to BACa \mid BCa \mid BAa \mid Ba \\ \quad \mid ACb \mid Cb \mid Ab \mid b \\ A \to a \\ B \to a \mid bSCb \mid bSb \\ C \to A \mid Cd \mid d \end{array} \right.$$

$$G'' \begin{cases} S \to BACa \mid BCa \mid BAa \mid Ba \\ \quad \mid ACb \mid Cb \mid Ab \mid b \\ A \to a \\ B \to a \mid bSCb \mid bSb \\ C \to A \mid Cd \mid d \end{cases}$$

rimuovere le produzioni unitarie $C \to A$

$$G''' \begin{cases} S \to \ldots \\ A \to a \\ B \to \ldots \\ C \to a \mid Cd \mid d \end{cases}$$

1g)

$$\left.\begin{array}{l} S \to SA \mid B \\ A \to a \\ B \to bB' \\ B' \to B \mid \varepsilon \end{array}\right] G$$

$L(S) = b^+a^* = \{b^n a^m \mid n \geq 1, m \geq 0\}$

$L(B) = b^+$

$$\left.\begin{array}{l} S \to BS' \\ S' \to AS' \mid \varepsilon \\ A \to a \\ B \to bB' \\ B' \to B \mid \varepsilon \end{array}\right] G'$$

G' è LL(1) perché:

- $\underbrace{First(AS')}_{\{a\}} \cap First(\varepsilon) = \emptyset$
- $First(AS') \cap \underbrace{Follow(S')}_{\{\$\}} = \emptyset$
- $\underbrace{First(B)}_{\{b\}} \cap First(\varepsilon) = \emptyset$
- $First(B) \cap \underbrace{Follow(B')}_{\{a, \$\}} = \emptyset$

	a	b	\$
S		$S \to BS'$	
S'	$S' \to AS'$		$S' \to \varepsilon$
A	$A \to a$		
B		$B \to bB'$	
B'	$B' \to \varepsilon$	$B' \to B$	$B' \to \varepsilon$

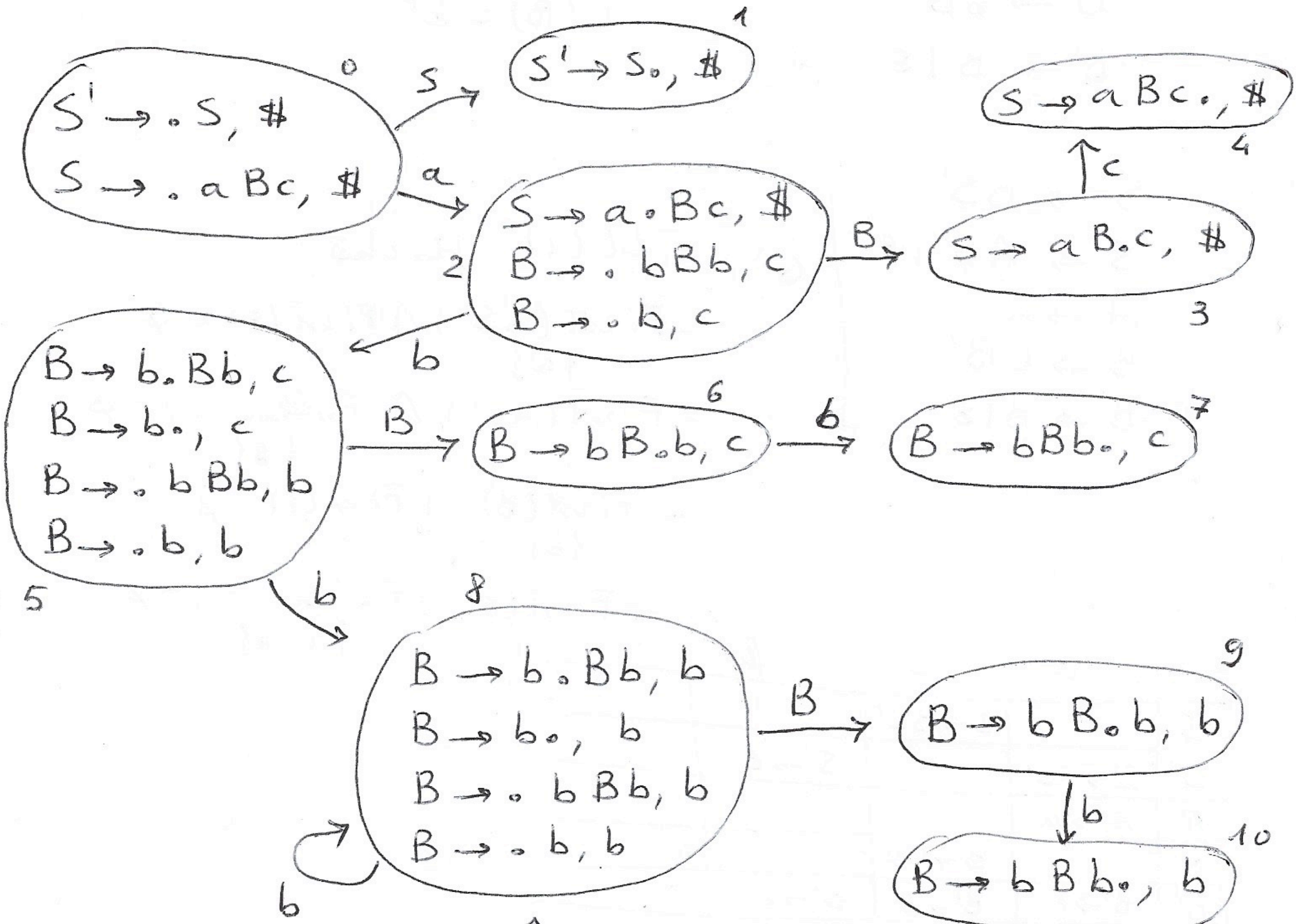
bbaa\$	S
	BS'
	$bB'S'$
baa\$	$B'S'$
	BS'
	$bB'S'$
aa\$	$B'S'$
	S'
	AS'
	aS'
a\$	S'
	AS'
	aS'
\$	S'
	ε

OK

10)

$S \rightarrow a B c$

$B \rightarrow b B b \mid b$



c'è un conflitto shift-reduce per input "b"

- reduce per $B \rightarrow b\circ,\ b$
- shift perché c'è l'arco $\xrightarrow{b}$