Corso di Linguaggi di Programmazione — Parziale di fine modulo
Prova scritta B del 26 Maggio 2020

Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti.

1. Descrivere le regole di semantica operazionale strutturata per l'espressione aritmetica e_0 **esp** e_1 (ovvero esponenziale con e_0 come base ed e_1 come esponente) secondo la disciplina di valutazione esterna-sinistra (ES). Attenzione: il valore di 0^0 è indefinito, cioè la valutazione di 0 **esp** 0 si blocca (o, se preferite, raggiunge uno stato di errore).

2. Costruire una grammatica G che generi il linguaggio $L = \{a^{n+2}b^m a^{m+1}b^n \mid n \geq 0, m \geq 1\}$.

3. Classificare il linguaggio L del punto precedente, ovvero dire se L è regolare, oppure libero ma non regolare, oppure non libero, giustificando adeguatamente la risposta.

4. Si consideri l'espressione regolare aa^*a^*. Si costruisca l'automa NFA M associato, secondo la costruzione vista a lezione. Si trasformi l'NFA M nell'equivalente DFA M', secondo la costruzione per sottoinsiemi vista a lezione.

5. Preso il DFA M' calcolato al punto precedente, si verifichi se è minimo; se non lo fosse, lo si minimizzi per ottenere un DFA M''; quindi, si ricavi da M'' la grammatica regolare associata, seguendo la costruzione vista a lezione; infine, si ricavi dalla grammatica l'espressione regolare associata.

6. Sia $L_1 = \{a^i b^j \mid i \geq j \geq 0\}$ e $L_2 = \{a^{2n}b^m \mid n, m \geq 0\}$. Sfruttando le proprietà di chiusura, si può concludere se il linguaggio $\overline{L_1} \cap L_2$ sia regolare, oppure libero, oppure non libero? Giustificare la risposta.

7. Mostrare che $L = \{a^n c^m b^{2n+1} \mid n \geq 0, m \geq 1\}$ è libero deterministico, costruendo un opportuno DPDA che riconosca $L\$$ per pila vuota. È possibile costruire un DPDA che riconosca L per pila vuota?

8. Si consideri la seguente grammatica G con simbolo iniziale S:

$$\begin{array}{lcl} S & \to & BCA \mid BD \\ A & \to & \mathsf{a} \mid \mathsf{ab}A \mid C \\ B & \to & \epsilon \mid B\mathsf{b} \\ C & \to & \mathsf{c} \mid \mathsf{c}SC \\ D & \to & \epsilon \mid \mathsf{d}DB \end{array}$$

   (*i*) Si calcolino i First e i Follow per tutti i nonterminali. (*ii*) La grammatica G è di classe LL(1)? (*iii*) Si rimuovano le produzioni epsilon per ottenere una grammatica G' senza produzioni epsilon, che sia equivalente a G. (*iv*) Si rimuovano le produzioni unitarie, ottenendo una grammatica equivalente G''.

9. Si consideri la grammatica G con simbolo iniziale S:

$$\begin{array}{lcl} S & \to & B\mathsf{b} \mid S\mathsf{c} \mid \epsilon \\ B & \to & \mathsf{a} \mid \mathsf{a}B\mathsf{b} \end{array}$$

   (*i*) Determinare il linguaggio generato $L(G)$. (*ii*) Verificare che G non è di classe LL(1). (*iii*) Manipolare la grammatica per ottenerne una equivalente G' di classe LL(1). (*iv*) Costruire il parser LL(1) per G'. (*v*) Mostrare il funzionamento del parser LL(1) su input abc.

10. Si consideri la grammatica G del punto precedente. (*i*) Costruire l'automa canonico LR(0). (*ii*) Costruire la tabella di parsing SLR(1) e verificare se ci sono conflitti. (*iii*) Mostrare il funzionamento del parser SLR(1) per l'input abc.

11. Discutere la seguente affermazione: se L è libero e $L' \subseteq L$, allora L' è libero.

1)

$$\frac{\langle e_0, \sigma\rangle \rightarrow \langle e_0', \sigma'\rangle}{\langle e_0 \text{ esp } e_1, \sigma\rangle \rightarrow \langle e_0' \text{ esp } e_1, \sigma'\rangle}$$

$$\frac{}{\langle 1 \text{ esp } e_1, \sigma\rangle \rightarrow \langle 1, \sigma\rangle}$$

$$\frac{\langle e_1, \sigma\rangle \rightarrow \langle e_1', \sigma'\rangle}{\langle n \text{ esp } e_1, \sigma\rangle \rightarrow \langle n \text{ esp } e_1', \sigma'\rangle} \quad n \neq 1$$

$$\frac{n \neq 1, \quad (n, m) \neq (0,0) \quad p = n^m}{\langle n \text{ esp } m, \sigma\rangle \rightarrow \langle p, \sigma\rangle}$$

2) $L = \{ a^{n+2} \, b^m \, a^{m+1} \, b^n \mid n \geq 0, \, m \geq 1 \}$

$\begin{matrix} n=0 \\ m=1 \end{matrix} \Rightarrow (\underline{a\,a} \; \underline{\underline{b}} \; \underline{\underline{a\,a}} \; \underline{\varepsilon}) \in L$

$S \rightarrow aaA$

$A \rightarrow aAb \mid B$

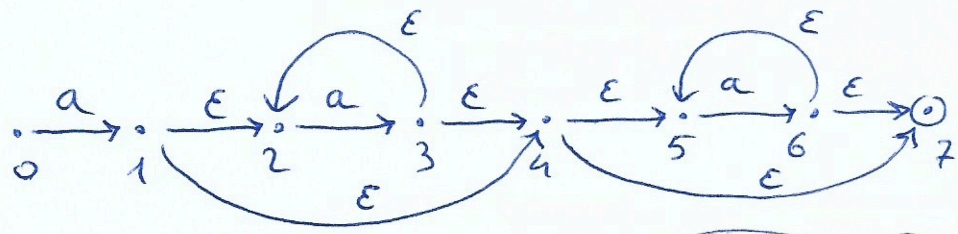
$B \rightarrow bBa \mid baa$

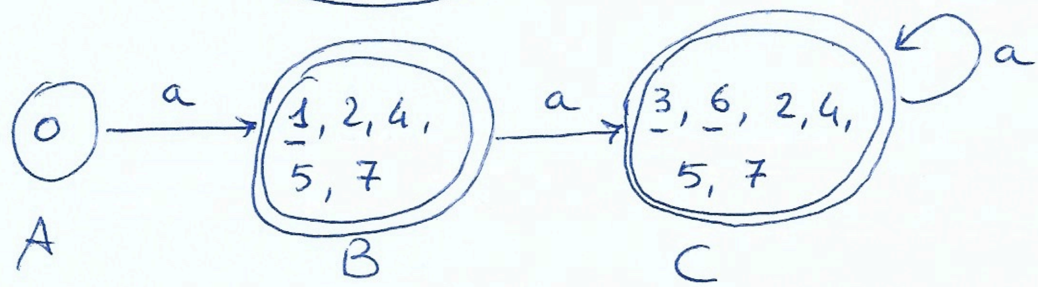
3) L è libero perché generato da gr. libera, ma non è regolare

- Fissato $N > 0$
- Scegliamo $z = a^{N+2} \, b^N \, a^{N+1} \, b^N$ $\quad (z \in L, \; |z| \geq N)$
- Per ogni uvw tali che $z = uvw$, $|uv| \leq N$, $|v| \geq 1$ deve essere $v = a^J$ con $J \geq 1$
- Allora per $k=2$, $uv^2w = a^{N+2+J} \, b^N \, a^{N+1} \, b^N \notin L$

$\Rightarrow$ L non è regolare

4) $a a^* a^*$

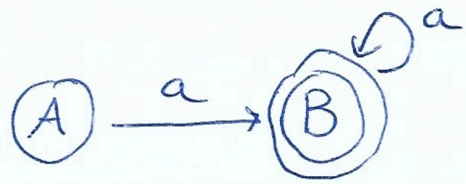




5)

	A	B
B	X_0	
C	X_0	

$B \sim C$



$$\left.\begin{array}{l} A \to aB \mid a \\ B \to aB \mid a \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} A \to aB \\ B \to aB \mid \varepsilon \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} B \leadsto a^* a \\ A \leadsto a a^* a \mid a \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} B \leadsto a^* \\ A \leadsto a a^* \end{array}$$

11) L'affermazione è falsa.

Anche $a^* b^* c^*$ e $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ è libero, ma

$L' = \{a^n b^n \mid n \text{ è primo}\} \subseteq L$ non è libero.

- Fissiamo $N \geq 0$
- Scegliamo $z = a^p b^p$ con p primo, $2p \geq N+2$
- Per ogni u, v, w, x, y tali che $z = uvwxy$, $|vwx| \leq N$, $|vx| \geq 1$, deve essere $1 \leq |vx| \leq N$. Sia $|vx| = m$

$$|u v^0 w x^0 y| = 2p - m = |uvwxy| - |vx|$$

$$|u v^{(2p-m)} w x^{(2p-m)} y| = (2p-m) + (2p-m) \cdot m = \underset{\geq 2}{(2p-m)} \cdot \underset{\geq 2}{(m+1)}$$

$$\Rightarrow u v^{2p-m} w x^{2p-m} y \notin L'$$

$$\Rightarrow L' \text{ non libero}$$

6) $L_1 = \{ a^i b^j \mid i \geq j \geq 0 \}$ lib. det. visto a lezione

$L_2 = \{ a^{2n} b^m \mid n, m \geq 0 \}$ regolare $(aa)^* b^*$

- $\overline{L_1}$ è lib. det. perché i ling. lib. det. sono chiusi per complementazione

- $\overline{L_1} \cap L_2$ è libero perché l'intersezione di un libero con un regolare è libero.

Alternativamente

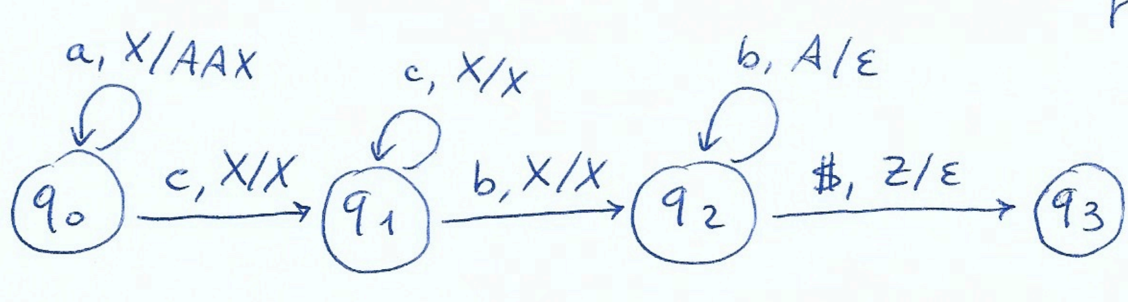
$$\overline{L_1} \cap L_2 = \{ a^{2i} b^j \mid 2i < j,\ i \geq 0 \}$$

$$\left.\begin{aligned} S &\to AB \\ A &\to aaAbb \mid \varepsilon \\ B &\to b \mid bB \end{aligned}\right] G \qquad L(G) = \overline{L_1} \cap L_2$$

$\Rightarrow$ libero

---

7) $L = \{ a^n c^m b^{2n+1} \mid n \geq 0,\ m \geq 1 \}$ L\$ per pila vuota



È possibile costruire un DPDA che riconosce L per pila vuota: basta $q_2 \xrightarrow{\varepsilon,\, Z/\varepsilon} q_3$

Inoltre L gode della prefix property!

"$\nexists\, x, y \in L$ tali che x sia prefisso di y"

$\Rightarrow$ L può essere riconosciuto da un DPDA per pila vuota.

8)

$$G \left[\begin{array}{l} S \to BCA \mid BD \\ A \to a \mid abA \mid C \\ B \to \varepsilon \mid Bb \\ C \to c \mid cSC \\ D \to \varepsilon \mid dDB \end{array}\right.$$

	First	Follow
S	b, c, d, ε	\$, c
A	a, c	\$, c
B	ε, b	c, d, b, \$
C	c	a, c, \$
D	ε, d	b, c, \$

G non è LL(1)

$C \to c \mid cSc$

$N(G) = \{B, D, S\}$

$$\left.\begin{array}{l} S \to BCA \mid CA \mid BD \mid \underline{B} \mid \underline{D} \\ A \to a \mid abA \mid \underline{C} \\ B \to Bb \mid b \\ C \to c \mid cSC \mid cC \\ D \to dDB \mid dB \mid dD \mid d \end{array}\right] G'$$

$L(G') = L(G) \setminus \{\varepsilon\}$

$$S \to BCA \mid CA \mid BD \mid \underline{Bb \mid b} \mid \underline{dDB \mid dB \mid dD \mid d}$$

$$A \to a \mid abA \mid \underline{c \mid cSC \mid cC}$$

$$B \to Bb \mid b$$

$$C \to c \mid cSC \mid cC$$

$$D \to dDB \mid dB \mid dD \mid d$$

9) $S \to Bb \mid Sc \mid \varepsilon$
$B \to a \mid aBb$] G

- $L(G) = \{ a^n b^n c^m \mid n, m \geq 0 \}$

- G non è $LL(1)$ / $B \to \underline{a} \mid \underline{a}Bb$
  \ $S \to Sc$ ric. sx

G'
$S \to S' \mid BbS'$
$S' \to cS' \mid \varepsilon$
$B \to aB'$
$B' \to \varepsilon \mid Bb$

	First	Follow
S	c, a, ε	$\$$
S'	ε, c	$\$$
B	a	b
B'	ε, a	b

	a	b	c	$
S	$S \to BbS'$		$S \to S'$	$S \to S'$
S'			$S' \to cS'$	$S' \to \varepsilon$
B	$B \to aB'$			
B'	$B' \to Bb$	$B' \to \varepsilon$		

$\underline{a}bc\$$	$S\$$
	$BbS'\$$
	$\underline{a}B'bS'\$$
$\underline{b}c\$$	$B'bS'\$$
	$\underline{b}S'\$$
$\underline{c}\$$	$S'\$$
	$\underline{c}S'\$$
$\$$	$S'\$$
	$\$$

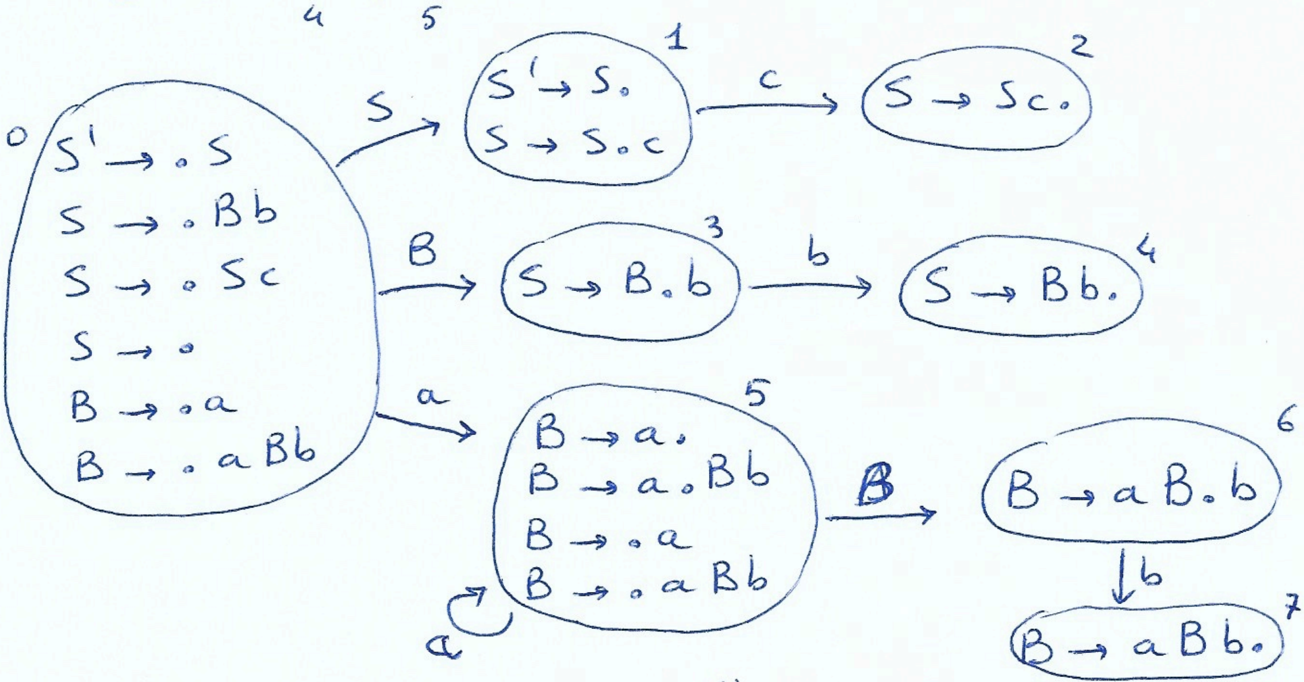
ok

10) $S \to Bb^{1} \mid Sc^{2} \mid \varepsilon^{3}$

$B \to a_{4} \mid aBb_{5}$

Follow(S) = { \$, c }

Follow(B) = { b }



	a	b	c	\$	S	B
0	s5		r3	r3	g1	g3
1			s2	ACC		
2			r2	r2		
3		s4				
4			r1	r1		
5	s5	r4				g6
6		s7				
7		r5				

(0, ε, abc\$)

(05, a, bc\$) $\underbrace{a}_{B}$

(03, B, bc\$)

(034, Bb, c\$) $\underbrace{Bb}_{S}$

(01, S, c\$)

(012, Sc, \$) $\underbrace{Sc}_{S}$

(01, S, \$)

ACCEPT!

11) Vedi dopo 5)