CORSO DI LINGUAGGI DI PROGRAMMAZIONE — PARZIALE DI FINE MODULO
PROVA SCRITTA A DEL 26 MAGGIO 2020

Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti.

1. Descrivere le regole di semantica operazionale strutturata per l'espressione aritmetica e_0 **div** e_1 (ovvero il quoziente della divisione del dividendo e_0 col divisore e_1) secondo la disciplina di valutazione esterna-destra (ED). Attenzione: se il valore di e_1 è 0, allora la valutazione di e_0 **div** 0 si blocca (o, se preferite, raggiunge uno stato di errore).

2. Costruire una grammatica G che generi il linguaggio $L = \{wa^nb^{n+1}w^R \mid w \in (c|d)^*, n \geq 0\}$.

3. Classificare il linguaggio L del punto precedente, ovvero dire se L è regolare, oppure libero ma non regolare, oppure non libero, giustificando adeguatamente la risposta.

4. Si consideri l'espressione regolare a^*aa^*. Si costruisca l'automa NFA M associato, secondo la costruzione vista a lezione. Si trasformi l'NFA M nell'equivalente DFA M', secondo la costruzione per sottoinsiemi vista a lezione.

5. Preso il DFA M' calcolato al punto precedente, si verifichi se è minimo; se non lo fosse, lo si minimizzi per ottenere un DFA M''; quindi si ricavi da M'' la grammatica regolare associata, seguendo la costruzione vista a lezione; infine, si ricavi dalla grammatica l'espressione regolare associata.

6. Siano $L_1 = \{a^{2n}b^{2n} \mid n \geq 0\}$ ed $L_2 = \{a^{3n}b^{3n} \mid n \geq 0\}$. Classificare il linguaggio $L_1 \cap L_2$. Sarebbe stato possibile sfruttare le proprietà di chiusura per determinare a quale classe appartenga il linguaggio $L_1 \cap L_2$? Giustificare la risposta.

7. Mostrare che $L = \{a^{n+1}b^{m+1}c^m \mid n, m \geq 0\}$ è libero deterministico, costruendo un opportuno DPDA che riconosca $L\$$ per pila vuota. È possibile costruire un DPDA che riconosca L per pila vuota?

8. Si consideri la seguente grammatica G con simbolo iniziale S:

$$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & AB \mid AC \\ A & \rightarrow & \epsilon \mid \mathtt{ab}A \mid C \\ B & \rightarrow & \mathtt{b} \mid \mathtt{b}DB \\ C & \rightarrow & \epsilon \mid \mathtt{c}C \\ D & \rightarrow & \mathtt{d} \mid \mathtt{d}SD \end{array}$$

   (*i*) Si calcolino i First e i Follow per tutti i nonterminali. (*ii*) La grammatica G è di classe LL(1)? (*iii*) Si rimuovano le produzioni epsilon per ottenere una grammatica G' senza produzioni epsilon, che sia equivalente a G. (*iv*) Si rimuovano le produzioni unitarie, ottenendo una grammatica equivalente G''.

9. Si consideri la grammatica G con simbolo iniziale S:

$$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & S\mathtt{a} \mid \epsilon \mid A\mathtt{b} \\ A & \rightarrow & \mathtt{c} \mid \mathtt{c}A\mathtt{b} \end{array}$$

   (*i*) Determinare il linguaggio generato $L(G)$. (*ii*) Verificare che G non è di classe LL(1). (*iii*) Manipolare la grammatica per ottenerne una equivalente G' di classe LL(1). (*iv*) Costruire la tabella di parsing LL(1) per G'. (*v*) Mostrare il funzionamento del parser LL(1) su input *cba*.

10. Si consideri la grammatica G del punto precedente. (*i*) Costruire l'automa canonico LR(0). (*ii*) Costruire la tabella di parsing SLR(1) e verificare se ci sono conflitti. (*iii*) Mostrare il funzionamento del parser SLR(1) per l'input *cba*.

11. Discutere la seguente affermazione: se L è regolare e $L' \subseteq L$, allora L' è regolare.

1)

$$\left(\frac{}{\langle e_0 \text{ div } 0, \sigma \rangle \not\to} \right)$$

$$\frac{}{\langle e_0 \text{ div } 1, \sigma \rangle \to \langle e_0, \sigma \rangle}$$

$$\frac{\langle e_1, \sigma \rangle \to \langle e_1', \sigma' \rangle}{\langle e_0 \text{ div } e_1, \sigma \rangle \to \langle e_0 \text{ div } e_1', \sigma' \rangle}$$

$$\frac{\langle e_0, \sigma \rangle \to \langle e_0', \sigma' \rangle \qquad m \neq 0,1}{\langle e_0 \text{ div } m, \sigma \rangle \to \langle e_0' \text{ div } m, \sigma' \rangle}$$

$p \cdot n + r = m$ con $r < n$

$m : n = p + \text{resto}$

$$\frac{n \neq 0,1}{\langle m \text{ div } n, \sigma \rangle \to \langle p, \sigma \rangle}$$

---

2) $L = \{ w \, a^n \, b^{n+1} \, w^R \mid w \in (c|d)^*, \ n \geq 0 \}$

$$\left.\begin{array}{l} S \to cSc \mid dSd \mid Ab \\ A \to aAb \mid \varepsilon \end{array}\right] G$$

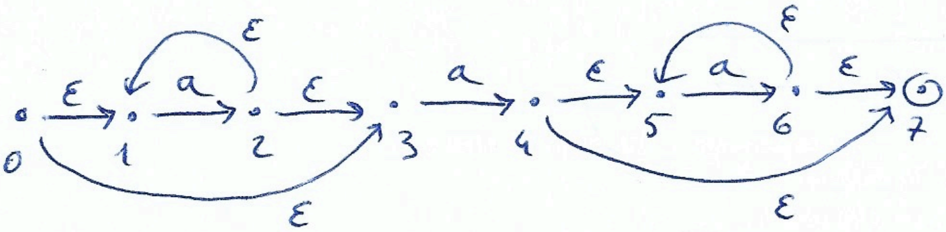
3) L è libero perché G è libera. È non regolare!

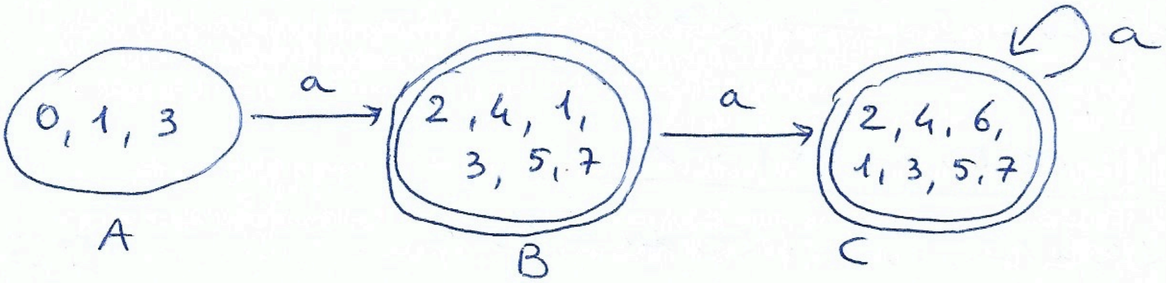
- Fissiamo $N > 0$
- Scegliamo $z = a^N b^{N+1}$ $\quad z \in L, \ |z| \geq N$
- Per ogni uvw tali che
  - $z = uvw$
  - $|uv| \leq N$
  - $|v| \geq 1$

  deve essere $v = a^J$ con $J \geq 1$
- Allora $\exists K = 2$. $uv^2w = a^{N+J} b^{N+1} \notin L$

$\Rightarrow$ L non è regolare

4) $a^* \, a \, a^*$

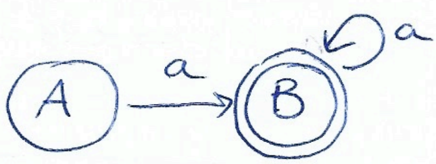




5)

B	x_0	
C	x_0	
	A	B

$B \sim C$



$A \to aB \mid a$ | $A \to aB$
$B \to aB \mid a$ | $B \to aB \mid \varepsilon$

$B \rightsquigarrow a^* a$ | $B \rightsquigarrow a^*$
$A \to a a^* a \mid a$ | $A \rightsquigarrow a a^*$

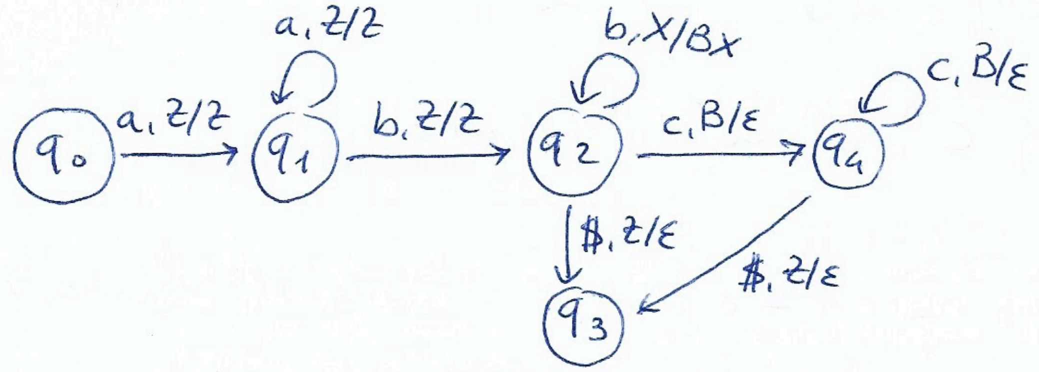
6) $L_1 = \{ a^{2n} b^{2n} \mid n \geq 0 \}$ $\quad S_1 \to aa S_1 bb \mid \varepsilon$ libero

$L_2 = \{ a^{3n} b^{3n} \mid n \geq 0 \}$ $\quad S_2 \to aaa S_2 bbb \mid \varepsilon$ libero

$L_1 \cap L_2 = \{ a^{6n} b^{6n} \mid n \geq 0 \}$ $\quad S_3 \to a^6 S_3 b^6 \mid \varepsilon$ libero

Non si potevano usare le proprietà di chiusura per determinare se $L_1 \cap L_2$ fosse libero, perché i ling. liberi non sono chiusi per intersezione.

7) $L = \{a^{n+1} b^{m+1} c^{m} \mid n, m \geq 0\}$ L\$ per pila vuota



L non gode della prefix property. Infatti

$ab \in L$ $(n, m = 0)$ ma anche $abbc \in L$ $(n=0, m=1)$

Allora L non può essere riconosciuto per pila vuota.

8) $S \to AB \mid AC$

$A \to \varepsilon \mid abA \mid C$

$B \to b \mid bDB$

$C \to \varepsilon \mid cC$

$D \to d \mid dSD$

	First	Follow
S	a, c, b, ε	\$, d
A	ε, a, c	b, c, \$, d
B	b	\$, d
C	ε, c	b, c, \$, d
D	d	b

$N(G) = \{A, C, S\}$

$(S' \to \varepsilon \mid S)$

G':

$S \to AB \mid \underline{B} \mid AC \mid \underline{A} \mid \underline{C}$

$A \to abA \mid ab \mid \underline{C}$

$B \to b \mid bDB$

$C \to cC \mid c$

$D \to d \mid dSD \mid dD$

G'':

$S \to AB \mid b \mid bDB \mid AC \mid abA \mid ab \mid cC \mid c$

$A \to abA \mid ab \mid cC \mid c$

$B \to b \mid bDB$

$C \to cC \mid c$

$D \to d \mid dSD \mid dD$

$L(G') = L(G) \setminus \{\varepsilon\}$

9) $$\left.\begin{array}{l} S \to Sa \mid \varepsilon \mid Ab \\ A \to c \mid cAb \end{array}\right] G$$

- $L(G) = \{ c^n b^n a^m \mid n, m \geq 0 \}$
- G non è LL(1)
  - $A \to c \mid cAb$ $\quad First(c) \cap First(cAb) \neq \emptyset$
  - $S \to Sa$ $\quad$ ric. sx
- $$G' \left[\begin{array}{l} S \to S' \mid AbS' \\ S' \to aS' \mid \varepsilon \\ A \to cA' \\ A' \to \varepsilon \mid Ab \end{array}\right.$$

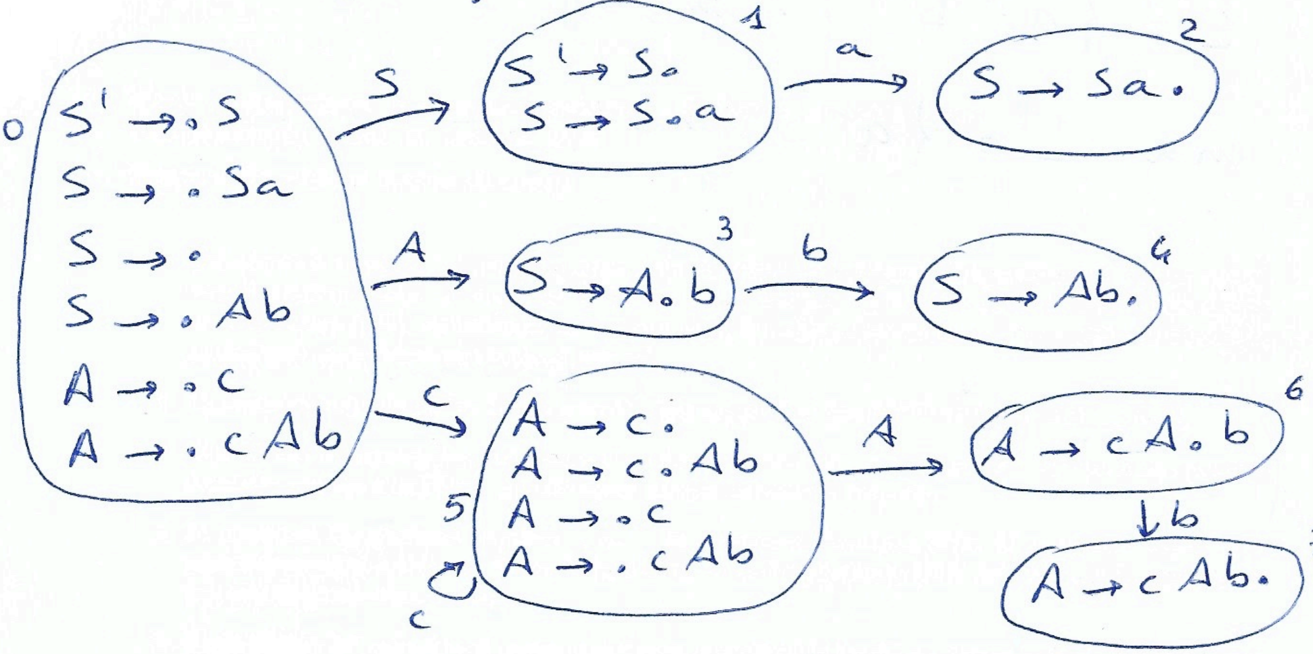
	First	Follow
S	a, c, ε	$
S'	ε, a	$
A	c	b
A'	ε, c	b

	a	b	c	$
S	$S \to S'$		$S \to AbS'$	$S \to S'$
S'	$S' \to aS'$			$S' \to \varepsilon$
A			$A \to cA'$	
A'		$A' \to \varepsilon$	$A' \to Ab$	

cba$	S$
	AbS'$
	cA'bS'$
ba$	A'bS'$
	bS'$
a$	S'$
	aS'$
$	S'$
	$
	ok

1) $S \to Sa^{1} \mid \varepsilon^{2} \mid A^{3}b$ Follow(S) = { $, a }

$A \to c_{4} \mid c_{5}Ab$ Follow(A) = { b }



	a	b	c	$	S	A
0	r2		s5	r2	g1	g3
1	s2			ACC		
2	r1			r1		
3		s4				
4	r3			r3		
5		r4	s5			g6
6		s7				
7		r5				

(0, ε, cba$)

$(0\underline{5}, \underbrace{c}_{A}, ba\$)$

(03, A, ba$)

$(0\underline{34}, \underbrace{Ab}_{S}, a\$)$

(01, S, a$)

$(0\underline{12}, \underbrace{Sa}_{S}, \$)$

(01, S, $)

ACC

11) L'affermazione è falsa

$L = \{a^n b^m \mid n, m \geq 0\}$ è regolare $a^* b^*$

ma $L' = \{a^n b^n \mid n \geq 0\} \subseteq L$ e L' non è regolare!

($L = a^*$ $\quad L' = \{a^n \mid n \text{ primo}\}$)