Corso di Linguaggi di Programmazione — Parziale di fine modulo
Prova scritta A del 21 Maggio 2019

Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti.

1. Descrivere le regole di semantica operazionale strutturata per l'espressione booleana b_0 **and** b_1, secondo la disciplina di valutazione esterna-sinistra (ES). Mostrare un esempio di una espressione di quel tipo tale che la valutazione ES e quella ED (esterna-destra) non sono uguali.

2. Costruire una grammatica G che generi il linguaggio $L = \{a^n b^{2k} c^k d^{n+1} \mid n, k \geq 0\}$.

3. Classificare il linguaggio L del punto precedente, ovvero dire se L è regolare, oppure libero ma non regolare, oppure non libero, giustificando adeguatamente la risposta.

4. Si consideri l'espressione regolare $a\epsilon(b|\emptyset)^*$. Si costruisca l'automa NFA M associato, secondo la costruzione vista a lezione. Si trasformi l'NFA M nell'equivalente DFA M', secondo la costruzione per sottoinsiemi vista a lezione.

5. Preso il DFA M' calcolato al punto precedente, si verifichi se è minimo; se non lo fosse, lo si minimizzi per ottenere un DFA M''; quindi si ricavi da M'' la grammatica regolare associata, seguendo la costruzione vista a lezione; quindi si semplifichi la grammatica ottenuta, eliminando i simboli inutili; infine, si ricavi dalla grammatica semplificata l'espressione regolare associata.

6. Sia $L = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$ e $R = \{a^{2n} b^m \mid n, m \geq 0\}$. Sfruttando le proprietà di chiusura, si può concludere se il linguaggio $L \cap R$ è regolare, oppure libero, oppure non libero? Giustificare la risposta.

7. Mostrare che $L = \{a^n b^{n+1} c^m \mid n, m \geq 0\}$ è libero deterministico, costruendo un opportuno DPDA che riconosca L per stato finale.

8. Si consideri la seguente grammatica G con simbolo iniziale S:

$$
\begin{array}{lcl}
S & \rightarrow & ACB \\
A & \rightarrow & \epsilon \mid \mathtt{a}A \\
B & \rightarrow & \mathtt{b} \mid \mathtt{b}B \\
C & \rightarrow & \epsilon \mid \mathtt{c}SC
\end{array}
$$

   (i) Si calcolino i First e i Follow per tutti i nonterminali. (ii) La grammatica G è di classe LL(1)? (iii) Si rimuovano le produzione epsilon per ottenere una grammatica G' senza produzioni epsilon, che sia equivalente a G. (iv) Se la grammatica risultante presenta produzioni unitarie, si rimuovano, ottenendo una grammatica equivalente G''.

9. Si consideri la grammatica G con simbolo iniziale S:

$$
\begin{array}{lcl}
S & \rightarrow & S\mathtt{b} \mid S\mathtt{a} \mid A \\
A & \rightarrow & \mathtt{c} \mid \mathtt{c}A
\end{array}
$$

   (i) Determinare il linguaggio generato $L(G)$. (ii) Verificare che G non è di classe LL(1). (iii) Manipolare la grammatica per ottenerne una equivalente G' di classe LL(1). (iv) Costruire il parser LL(1) per G'. (v) Mostrare il funzionamento del parser LL(1) su input cba.

10. Si consideri la grammatica G del punto precedente. (i) Costruire l'automa canonico LR(0). (ii) Costruire la tabella di parsing SLR(1) e verificare se ci sono conflitti. (iii) Mostrare il funzionamento del parser SLR(1) per l'input cba.

1)

$$\frac{\langle b_0, \sigma\rangle \to \langle b_0', \sigma'\rangle}{\langle b_0 \text{ and } b_1, \sigma\rangle \to \langle b_0' \text{ and } b_1, \sigma'\rangle}$$

$$\frac{}{\langle ff \text{ and } b_1, \sigma\rangle \to \langle ff, \sigma\rangle}$$

$$\frac{}{\langle tt \text{ and } b_1, \sigma\rangle \to \langle b_1, \sigma\rangle}$$

$$\langle (3-5)=2 \text{ and } ff, \sigma\rangle \xrightarrow{ED} \langle ff, \sigma\rangle$$

$$\langle (3-5)=2 \text{ and } ff, \sigma\rangle \not\xrightarrow{ES}$$

---

2) $L = \{ a^n b^{2k} c^k d^{n+1} \mid n, k \geq 0 \}$

$$G \begin{cases} S \to Ad \\ A \to aAd \mid B \\ B \to bbBc \mid \varepsilon \end{cases}$$

$L(S) = L(A) \cdot \{d\} = L$

$L(A) = \{ a^n \cdot L(B) \cdot d^n \mid n \geq 0 \}$

$L(B) = \{ b^{2k} c^k \mid k \geq 0 \}$

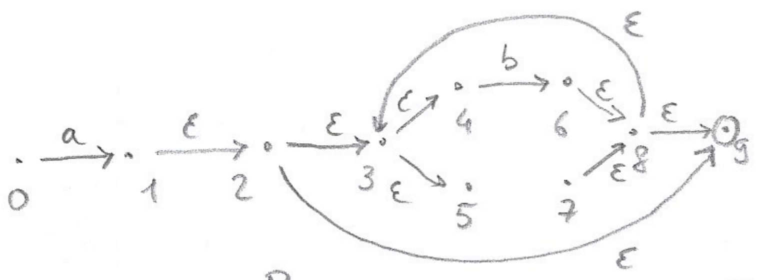
---

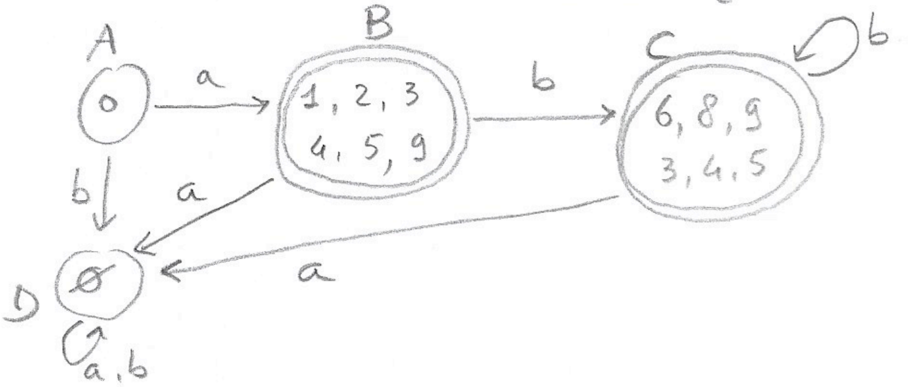
3) L è libero perché G è libera. L non è regolare perché: ?

- Fissiamo $N > 0$ generico
- Scegliamo $z = a^N b^{2N} c^N d^{N+1}$ $(z \in L, \ |z| \geq N)$
- Per ogni u, v, w tali che $z = uvw$, $|uv| \leq N$ e $|v| \geq 1$, deve essere $v = a^J$ con $J \geq 1$
- Allora per $K = 2$, $uv^2w = a^{N+J} b^{2N} c^N d^{N+1} \notin L$

$\Rightarrow$ L non è regolare

4) $a\,\varepsilon\,(b\,|\,\emptyset)^*$

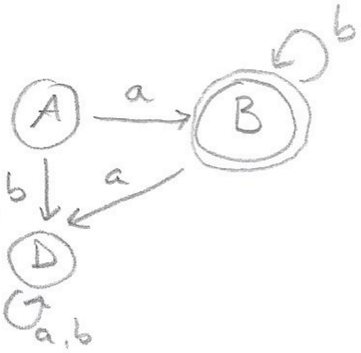




5)

	A	B	C
B	X_0		
C	X_0		
D	X_1	X_0	X_0

$B \sim C$



$A \to aB \mid \cancel{bD}$
$B \to bB \mid \varepsilon \mid \cancel{aD}$
$\cancel{D \to aD \mid bD}$

$\longrightarrow$

$A \to aB$ $\quad ab^*$
$B \to bB \mid \varepsilon$ $\quad \rightsquigarrow b^*$

---

6) $L = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$ libero $\quad S \to aSb \mid ab$

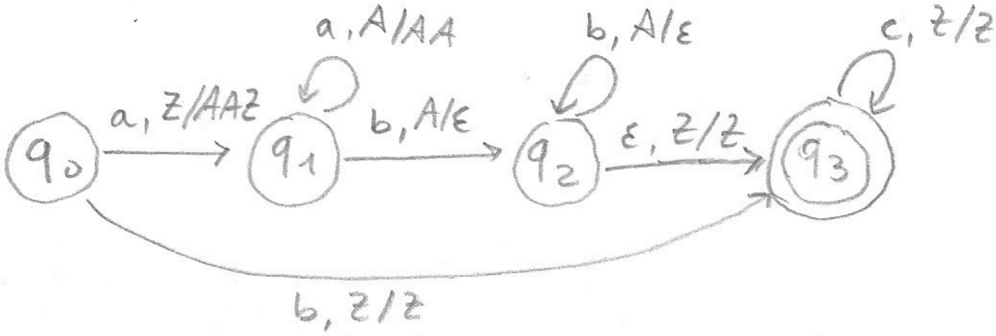
$R = \{a^{2n} b^m \mid n, m \geq 0\}$ regolare $\quad (aa)^* b^*$

L'intersezione di un libero con un regolare è libero per un teorema visto a lezione

$\Rightarrow L \cap R$ è libero.

$L \cap R = \{a^{2n} b^{2n} \mid n \geq 1\}$ $\quad S \to aaSbb \mid \varepsilon$

7) $L = \{ a^n b^{n+1} c^m \mid n, m \geq 0 \}$ è lib. det.



8)

$$G \left[\begin{array}{l} S \to ACB \\ A \to \varepsilon \mid aA \\ B \to b \mid bB \\ C \to \varepsilon \mid cSC \end{array} \right.$$

	First	Follow
S	a, c, b	\$, c, b
A	a, ε	c, b
B	b	\$, c, b
C	c, ε	b

G non è LL(1) perché

$B \to b \mid bB \qquad First(b) \cap First(bB) \neq \emptyset$

$N(G) = \{A, C\}$

$$\left. \begin{array}{l} S \to ACB \mid CB \mid AB \mid B \\ A \to aA \mid a \\ B \to b \mid bB \\ C \to cSC \mid cS \end{array} \right] G'$$

$U(G) = Id \cup \{(S, B)\}$

$$\left. \begin{array}{l} S \to ACB \mid CB \mid AB \mid b \mid bB \\ A \to aA \mid a \\ B \to b \mid bB \\ C \to cSC \mid cS \end{array} \right] G''$$

9)

$$G \begin{cases} S \to Sb \mid Sa \mid A \\ A \to c \mid cA \end{cases}$$

$L(G) = \{ c^n w \mid w \in (a|b)^*, n \geq 1 \}$ $c^+(a|b)^*$

G non è di classe LL(1) perché è ric. sx e perché

$A \to c \mid cA$ $First(c) \cap First(cA) \neq \emptyset$

$$G' \begin{cases} S \to AS' \\ S' \to bS' \mid aS' \mid \varepsilon \\ A \to cA' \\ A' \to \varepsilon \mid A \end{cases}$$

$First(bS') \cap First(aS') = \emptyset$

	First	Follow
S	c	\$
S'	a, b, ε	\$
A	c	a, b, \$
A'	ε, c	a, b, \$

$Follow(S') \cap First(aS') = \emptyset$

$Follow(S') \cap First(bS') = \emptyset$

$First(\varepsilon) \cap First(A) = \emptyset$

$Follow(A') \cap First(A) = \emptyset$

$\Rightarrow$ G' è LL(1)

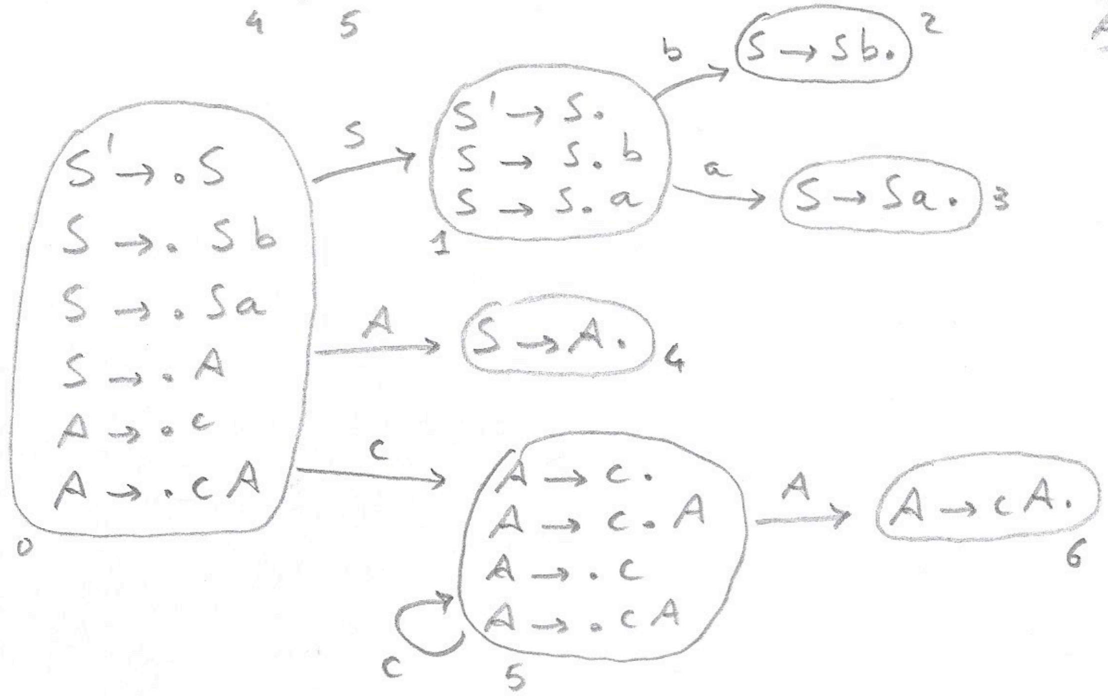
	a	b	c	\$
S			$S \to AS'$	
S'	$S' \to aS'$	$S' \to bS'$		$S' \to \varepsilon$
A			$A \to cA'$	
A'	$A' \to \varepsilon$	$A' \to \varepsilon$	$A' \to A$	$A' \to \varepsilon$

cba \$	S
	AS'
	cA'S'
ba \$	A'S'
	S'
	bS'
a \$	S'
	aS'
\$	S'
	ε
	ok

10) $S \to \overset{1}{Sb} \mid \overset{2}{Sa} \mid \overset{3}{A}$

$A \to \underset{4}{c} \mid \underset{5}{cA}$

	First	Follow
S	c	a, b, $
A	c	a, b, $



	a	b	c	$	S	A
0			S5		G1	G4
1	S3	S2		ACC		
2	R1	R1		R1		
3	R2	R2		R2		
4	R3	R3		R3		G6
5	R4	R4	S5	R4		
6	R5	R5		R5		

(0, ε, cba$)

$(0\underbrace{5}, \underbrace{c}, ba\$) \longrightarrow A$

$(0\underbrace{4}, \underbrace{A}, ba\$) \longrightarrow S$

(01, S, ba$)

$(0\underbrace{12}, \underbrace{Sb}, a\$) \longrightarrow S$

(01, S, a$)

$(0\underbrace{13}, \underbrace{Sa}, \$) \longrightarrow S$

(01, S, $)

ACC