

Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti.

1. Sia P^{L_1} un programma scritto in L_1 . La seguente espressione

$$\mathcal{I}_{L_1}^{L_0}(\mathcal{C}_{L_1, L_2}^{L_1}, P^{L_1})$$

cosa produce? Se non avessimo a disposizione un interprete per il linguaggio L_2 , avremmo comunque la possibilità, con i programmi a disposizione nell'espressione sopra, di eseguire P^{L_1} ?

2. Descrivere le regole di semantica operativa strutturata per l'espressione aritmetica $e_0 * e_1$, secondo la disciplina di valutazione esterna-destra (ED). Mostrare un esempio di una espressione di quel tipo tale che la valutazione ED e quella ID (interna-destra) non sono uguali.
3. Costruire una grammatica G che generi il linguaggio $L = \{a^n b^{2m} c^{n+1} \mid n, m \geq 0\}$.
4. Classificare il linguaggio L del punto precedente, ovvero dire se L è regolare, oppure libero ma non regolare, oppure non libero, giustificando adeguatamente la risposta.
5. Si consideri l'espressione regolare $a^*(a|b)a$. Si costruisca l'automa NFA M associato, secondo la costruzione vista a lezione. Si trasformi l'NFA M nell'equivalente DFA M' , secondo la costruzione per sottoinsiemi vista a lezione.
6. Preso il DFA M' calcolato al punto precedente, si ricavi da esso la grammatica regolare associata, seguendo la costruzione vista a lezione; quindi si semplifichi la grammatica ottenuta, eliminando i simboli inutili; infine, si ricavi da quella grammatica l'espressione regolare associata.
7. Se L ed R sono linguaggi regolari, il linguaggio $R \setminus L = \{w \in A^* \mid w \in R \wedge w \notin L\} = R \cap \bar{L}$ è regolare o libero, oppure non libero? Giustificare la risposta.
8. Mostrare che $L = \{a^n b^{2n+1} \mid n \geq 0\}$ è libero deterministico, costruendo un opportuno DPDA che riconosca $L\$$ per pila vuota.
9. Si consideri la seguente grammatica G con simbolo iniziale S :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AC \\ A &\rightarrow \epsilon \mid \mathbf{a}SA \\ B &\rightarrow \epsilon \mid \mathbf{b}B \\ C &\rightarrow \mathbf{cc} \mid \mathbf{c}BC \end{aligned}$$

- (i) Si calcolino i First e i Follow per tutti i nonterminali.
 - (ii) La grammatica G è di classe LL(1)?
 - (iii) Si rimuovano le produzioni epsilon per ottenere una grammatica G' senza produzioni epsilon, che sia equivalente a G .

10. Si consideri la grammatica G con simbolo iniziale S :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow Sa \mid \mathbf{b}B \\ B &\rightarrow \epsilon \mid \mathbf{b}B \end{aligned}$$

- (i) Determinare il linguaggio generato $L(G)$.
 - (ii) Verificare che G non è di classe LL(1).
 - (iii) Manipolare la grammatica per ottenerne una equivalente G' di classe LL(1).
 - (iv) Costruire il parser LL(1) per G' .
 - (v) Mostrare il funzionamento del parser LL(1) su input baa .
11. Si consideri la grammatica G del punto precedente.
 - (i) Costruire l'automa canonico LR(0).
 - (ii) Costruire la tabella di parsing SLR(1) e verificare se ci sono conflitti.
 - (iii) Mostrare il funzionamento del parser SLR(1) per l'input baa .

Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti.

1. Sia P^{L_1} un programma scritto in L_1 . La seguente espressione

$$\mathcal{I}_{L_1}^{L_0}(C_{L_1, L_2}^{L_1}, P^{L_1})$$

cosa produce? Se non avessimo a disposizione un interprete per il linguaggio L_2 , avremmo comunque la possibilità, con i programmi a disposizione nell'espressione sopra, di eseguire P^{L_1} ?

2. Descrivere le regole di semantica operativa strutturata per l'espressione aritmetica $e_0 * e_1$, secondo la disciplina di valutazione esterna-destra (ED). Mostrare un esempio di una espressione di quel tipo tale che la valutazione ED e quella ID (interna-destra) non sono uguali.
3. Costruire una grammatica G che generi il linguaggio $L = \{a^n b^{2m} c^{n+1} \mid n, m \geq 0\}$.
4. Classificare il linguaggio L del punto precedente, ovvero dire se L è regolare, oppure libero ma non regolare, oppure non libero, giustificando adeguatamente la risposta.
5. Si consideri l'espressione regolare $a^*(a|b)a$. Si costruisca l'automa NFA M associato, secondo la costruzione vista a lezione. Si trasformi l'NFA M nell'equivalente DFA M' , secondo la costruzione per sottoinsiemi vista a lezione.
6. Preso il DFA M' calcolato al punto precedente, si ricavi da esso la grammatica regolare associata, seguendo la costruzione vista a lezione; quindi si semplifichi la grammatica ottenuta, eliminando i simboli inutili; infine, si ricavi da quella grammatica l'espressione regolare associata.
7. Se L ed R sono linguaggi regolari, il linguaggio $R \setminus L = \{w \in A^* \mid w \in R \wedge w \notin L\} = R \cap \bar{L}$ è regolare o libero, oppure non libero? Giustificare la risposta.
8. Mostrare che $L = \{a^n b^{2n+1} \mid n \geq 0\}$ è libero deterministico, costruendo un opportuno DPDA che riconosca $L\$$ per pila vuota.
9. Si consideri la seguente grammatica G con simbolo iniziale S :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AC \\ A &\rightarrow \epsilon \mid aSA \\ B &\rightarrow \epsilon \mid bB \\ C &\rightarrow cc \mid cBC \end{aligned}$$

(i) Si calcolino i First e i Follow per tutti i nonterminali. (ii) La grammatica G è di classe LL(1)? (iii) Si rimuovano le produzioni epsilon per ottenere una grammatica G' senza produzioni epsilon, che sia equivalente a G .

10. Si consideri la grammatica G con simbolo iniziale S :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow Sa \mid bB \\ B &\rightarrow \epsilon \mid bB \end{aligned}$$

(i) Determinare il linguaggio generato $L(G)$. (ii) Verificare che G non è di classe LL(1). (iii) Manipolare la grammatica per ottenerne una equivalente G' di classe LL(1). (iv) Costruire il parser LL(1) per G' . (v) Mostrare il funzionamento del parser LL(1) su input baa .

11. Si consideri la grammatica G del punto precedente. (i) Costruire l'automa canonico LR(0). (ii) Costruire la tabella di parsing SLR(1) e verificare se ci sono conflitti. (iii) Mostrare il funzionamento del parser SLR(1) per l'input baa .

1) $I_{L1}^{L0} (P_{L1, L2}^{L1}, P^{L1}) = P^{L2}$ dove P^{L2} è un progr. equivalente a P^{L1} ma scritto in $L2$

Se non abbiamo a disposizione un interprete per $L2$, possiamo comunque eseguire P^{L1} perché già abbiamo I_{L1}^{L0} , cioè un interprete in grado di eseguire programmi scritti in $L1$

2) $\langle e_1, \sigma \rangle \rightarrow \langle e_1', \sigma' \rangle$

 $\langle e_0 * e_1, \sigma \rangle \rightarrow \langle e_0 * e_1', \sigma' \rangle$

 $\langle e_0 * 0, \sigma \rangle \rightarrow \langle 0, \sigma \rangle$

 $\langle e_0 * 1, \sigma \rangle \rightarrow \langle e_0, \sigma \rangle$

 $\frac{\langle e_0, \sigma \rangle \rightarrow \langle e_0', \sigma' \rangle}{\langle e_0 * n, \sigma \rangle \rightarrow \langle e_0' * n, \sigma' \rangle} \quad n \neq 0, 1$

 $\frac{\langle m * n, \sigma \rangle \rightarrow \langle p, \sigma \rangle}{\langle m * n, \sigma \rangle \rightarrow \langle p, \sigma \rangle} \quad \begin{matrix} n \neq 0, 1 \\ p = m * n \end{matrix}$

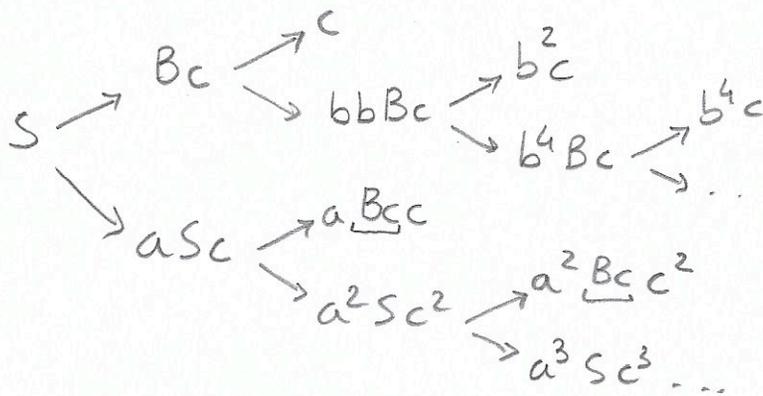
$\langle (2-5) * 0, \sigma \rangle \xrightarrow{ED} \langle 0, \sigma \rangle$

$\langle (2-5) * 0, \sigma \rangle \not\xrightarrow{ID}$

3) $L = \{ a^n b^{2m} c^{m+1} \mid n, m \geq 0 \}$

$S \rightarrow aSc \mid Bc$

$B \rightarrow \varepsilon \mid bbB$



$Bc \rightsquigarrow b^{2m} c \mid m \geq 0$

$a^n \underbrace{b^{2m} c}_{c^n} = a^n b^{2m} c^{n+1}$

4) $L = \{a^m b^{2m} c^{n+1} \mid n, m \geq 0\}$ è libero, perché generato da una gr. libera.

L è non regolare per il PLA inverso.

- Fissiamo $N > 0$ generico

- Scegliamo $z = a^N b^{2N} c^{N+1} \in L$ e $|z| \geq N$

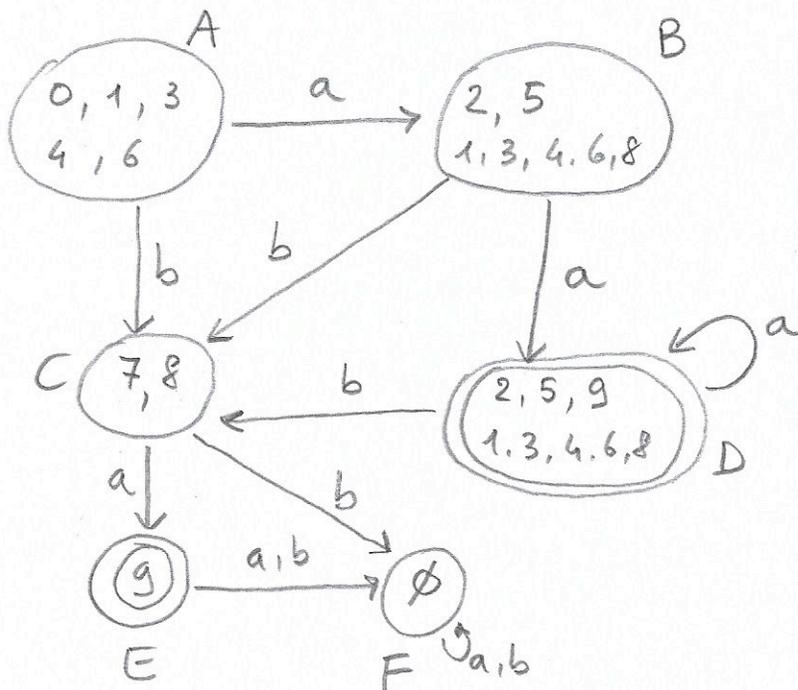
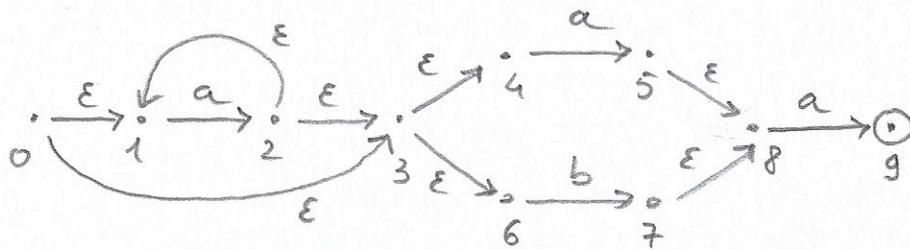
- Per ogni U, V, W tali che $z = UVW$, $|UV| \leq N$ e $|V| \geq 1$, deve essere $V \in a^*$. Sia $V = a^j$ con $j \geq 1$.

- Allora $\exists k=2$. $UV^2W \notin L$. Infatti:

$$UV^2W = a^{N+j} b^{2N} c^{N+1} \notin L$$

$\Rightarrow L$ non è regolare

5) $a^*(a|b)a$



$$\begin{aligned}
 1) \quad & A \rightarrow aB | bC \\
 & B \rightarrow aD | bC \\
 & C \rightarrow aE | bF \\
 & D \rightarrow aD | bC | \epsilon \\
 & E \rightarrow aF | bF | \epsilon \\
 & F \rightarrow aF | bF
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & A \rightarrow aB | bC \\
 & B \rightarrow aD | bC \\
 & C \rightarrow aE \\
 & D \rightarrow aD | bC | \epsilon \\
 & E \rightarrow \epsilon
 \end{aligned}$$

$C = a$
 $E = \epsilon$
 }
 Sostituisce

$$\begin{aligned}
 & A \rightarrow aB | ba \\
 & B \rightarrow aD | ba \\
 & C \rightarrow a \\
 & D \rightarrow aD | ba | \epsilon \\
 & E \rightarrow \epsilon
 \end{aligned}$$

$$D = a^*(ba | \epsilon)$$

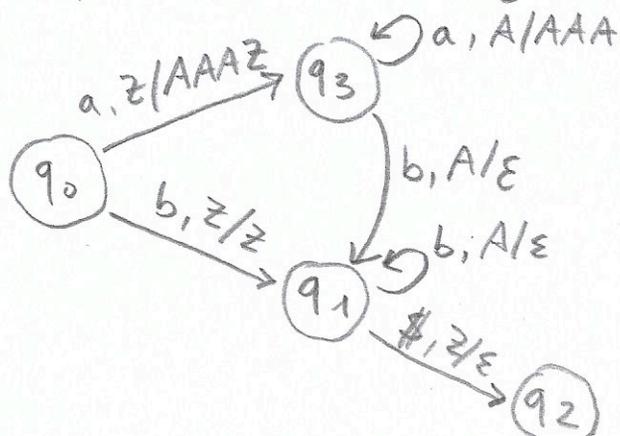
$$\Rightarrow B = a a^*(ba | \epsilon) | ba$$

$$\Rightarrow A = a (a a^*(ba | \epsilon) | ba) | ba$$

7) L regolare R regolare $R \cap \bar{L}$ è regolare perché

- \bar{L} è regolare, perché i lang. reg. sono chiusi per complementazione
- $R \cap \bar{L}$ è regolare, perché i lang. reg. sono chiusi per intersezione

$$8) L = \{ a^n b^{2n+1} \mid n \geq 0 \}$$



9)

$$G \begin{cases} S \rightarrow AC \\ A \rightarrow \epsilon / aSA \\ B \rightarrow \epsilon / bB \\ C \rightarrow cc / cBC \end{cases}$$

	First	Follow
S	a, c	\$, a, c
A	a, ϵ	c
B	b, ϵ	c
C	c	\$, a, c

G non è di classe LL(1), perché, ad. es.

$C \rightarrow cc / cBC$ crea conflitto.

$$N(G) = \{A, B\}$$

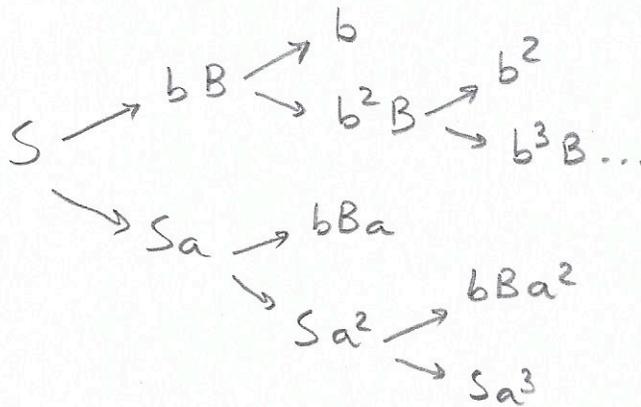
$$G' \begin{cases} S \rightarrow AC | C \\ A \rightarrow aSA | aS \\ B \rightarrow bB | b \\ C \rightarrow cc | cBC | cC \end{cases}$$

$$L(G) = L(G')$$

per un teorema visto a lezione

10)

$$\begin{cases} S \rightarrow Sa | bB \\ B \rightarrow \epsilon / bB \end{cases}$$



$$\underline{bB} = b^+$$

$$\begin{aligned} & \searrow b^+ | b^+a^+ \\ & \nearrow = b^+(\epsilon | a^+) \\ & = b^+a^* \end{aligned}$$

$$L(G) = \{b^m a^m \mid m \geq 1, m \geq 0\}$$

G non è LL(1) perché è ricorsiva sx

$$\underline{S \rightarrow Sa}$$

$$G' \begin{cases} S \rightarrow bBS' \\ S' \rightarrow aS' \mid \epsilon \\ B \rightarrow \epsilon \mid bB \end{cases}$$

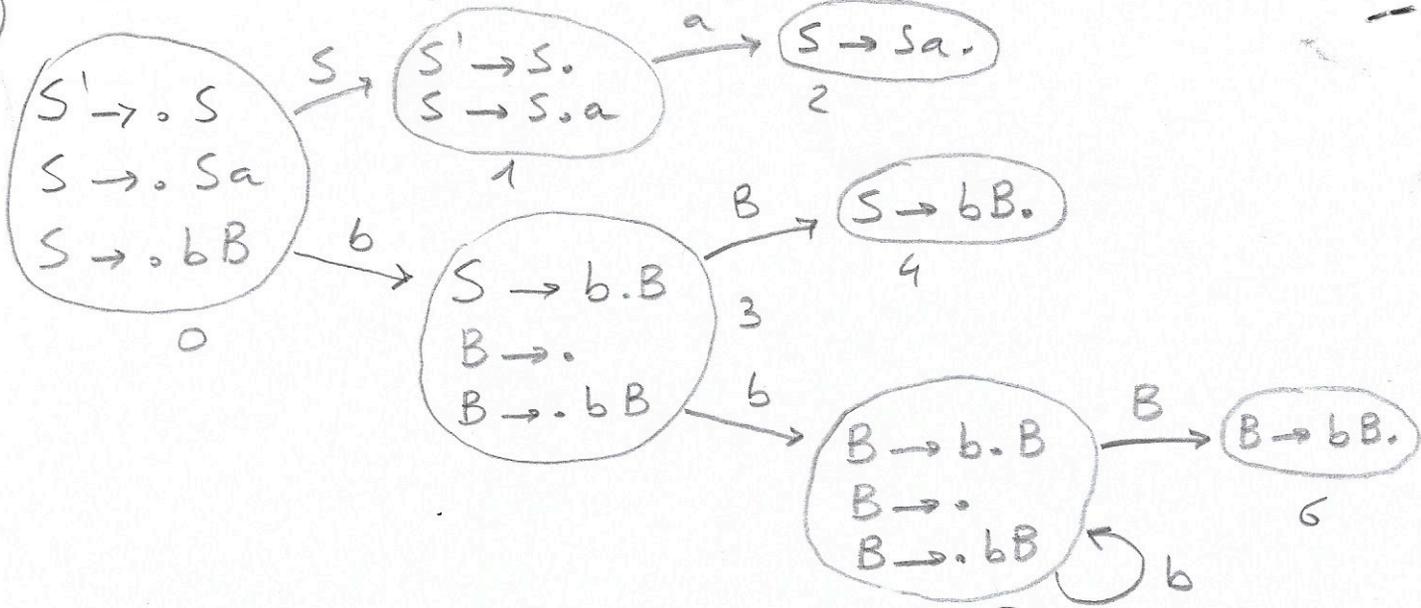
	First	Follow
S	b	\$
S'	a, ϵ	\$
B	b, ϵ	a, \$

$G' \in LL(1) \iff \begin{cases} \text{First}(aS') \cap \text{First}(\epsilon) = \emptyset \\ \text{First}(aS') \cap \text{Follow}(S') = \emptyset \\ \text{First}(\epsilon) \cap \text{First}(bB) = \emptyset \\ \text{Follow}(B) \cap \text{First}(bB) = \emptyset \end{cases}$

	a	b	\$
S		$S \rightarrow bBS'$	
S'	$S' \rightarrow aS'$		$S' \rightarrow \epsilon$
B	$B \rightarrow \epsilon$	$B \rightarrow bB$	$B \rightarrow \epsilon$

baa\$ S
 bBS'
 aa\$ BS'
 S'
 aS'
 a\$ S'
 aS'
 \$ S'
 ε
 accepted

11)



	a	b	\$	S	B	5
0		S3		\$1		
1	S2		acc			
2	R1		R1			
3	R3	S5	R3		\$4	
4	R2		R2			
5	R3	S5	R3		\$6	
6	R4		R4			

$S \rightarrow \overset{(1)}{Sa} \mid \overset{(2)}{bB}$
 $B \rightarrow \varepsilon \mid \overset{(3)}{bB}$

First Follow

S	b	a, \$
B	b, ε	a, \$

- (0, ε, baa\$)
- (03, b, aa\$)
↳ B
- (034, bB, aa\$)
↳ S
- (01, S, aa\$)
- (012, Sa, a\$)
↳ S
- (01, S, a\$)
- (012, Sa, \$)
↳ S
- (01, S, \$)

ACCEPT!