

Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti.

1. La seguente espressione

$$\mathcal{I}_{L_0}^{L_1}(\mathcal{C}_{L_1, L_0}^{L_0}, \mathcal{I}_{L_0}^{L_1})$$

calcola qualcosa di utile? Se rimpiazziamo, nell'espressione sopra, la seconda occorrenza di  $\mathcal{I}_{L_0}^{L_1}$  con  $\mathcal{I}_{L_1}^{L_0}$ , cosa otteniamo?

2. Descrivere le regole di semantica operativa strutturata per l'espressione aritmetica  $e_0 * e_1$ , secondo la disciplina di valutazione esterna-sinistra (ES). Mostrare un esempio di una espressione di quel tipo tale che la valutazione ES e quella IS (interna-sinistra) non sono uguali.
3. Costruire una grammatica  $G$  che generi il linguaggio  $L = \{a^{2n}b^m c^n \mid n, m \geq 0\}$ .
4. Classificare il linguaggio  $L$  del punto precedente, ovvero dire se  $L$  è regolare, oppure libero ma non regolare, oppure non libero, giustificando adeguatamente la risposta.
5. Si consideri l'espressione regolare  $a(b|a)^*a$ . Si costruisca l'automa NFA  $M$  associato, secondo la costruzione vista a lezione. Si trasformi l'NFA  $M$  nell'equivalente DFA  $M'$ , secondo la costruzione per sottoinsiemi vista a lezione.
6. Preso il DFA  $M'$  calcolato al punto precedente, si verifichi se è minimo; se non lo fosse, lo si minimizzi per ottenere un DFA  $M''$ ; quindi si ricavi da  $M''$  la grammatica regolare associata, seguendo la costruzione vista a lezione; quindi si semplifichi la grammatica ottenuta, eliminando i simboli inutili.
7. Se  $L$  è libero ed  $R$  è libero deterministico, il linguaggio  $L \cup \bar{R} = \{w \in A^* \mid w \in L \vee w \notin R\}$  è regolare o libero, oppure non libero? Giustificare la risposta.
8. Mostrare che  $L = \{a^{n+1}b^{2n} \mid n \geq 0\}$  è libero deterministico, costruendo un opportuno DPDA che riconosca  $L\$$  per pila vuota.
9. Si consideri la seguente grammatica  $G$  con simbolo iniziale  $S$ :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \\ A &\rightarrow \epsilon \mid \mathbf{a}AC \\ B &\rightarrow \epsilon \mid \mathbf{b}SB \\ C &\rightarrow \mathbf{c}c \mid \mathbf{c}C \end{aligned}$$

(i) Si calcolino i First e i Follow per tutti i nonterminali. (ii) La grammatica  $G$  è di classe LL(1)? (iii) Si rimuovano le produzioni epsilon per ottenere una grammatica  $G'$  senza produzioni epsilon, che sia equivalente (quindi che riconosca anche  $\epsilon$ ) a  $G$ .

10. Si consideri la grammatica  $G$  con simbolo iniziale  $S$ :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \mathbf{a}A \mid \mathbf{Sb} \\ A &\rightarrow \mathbf{c} \mid \mathbf{a}A \end{aligned}$$

(i) Determinare il linguaggio generato  $L(G)$ . (ii) Verificare che  $G$  non è di classe LL(1). (iii) Manipolare la grammatica per ottenerne una equivalente  $G'$  di classe LL(1). (iv) Costruire il parser LL(1) per  $G'$ . (v) Mostrare il funzionamento del parser LL(1) su input  $acb$ .

11. Si consideri la grammatica  $G$  del punto precedente. (i) Costruire l'automa canonico LR(0). (ii) Costruire la tabella di parsing SLR(1) e verificare se ci sono conflitti. (iii) Mostrare il funzionamento del parser SLR(1) per l'input  $acb$ .

Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti.

1. La seguente espressione

$$\mathcal{I}_{L_0}^{L_1}(C_{L_1, L_0}^{L_0}, \mathcal{I}_{L_0}^{L_1})$$

calcola qualcosa di utile? Se rimpiazziamo, nell'espressione sopra, la seconda occorrenza di  $\mathcal{I}_{L_0}^{L_1}$  con  $\mathcal{I}_{L_1}^{L_0}$ , cosa otteniamo?

2. Descrivere le regole di semantica operativa strutturata per l'espressione aritmetica  $e_0 * e_1$ , secondo la disciplina di valutazione esterna-sinistra (ES). Mostrare un esempio di una espressione di quel tipo tale che la valutazione ES e quella IS (interna-sinistra) non sono uguali.
3. Costruire una grammatica  $G$  che generi il linguaggio  $L = \{a^{2n}b^m c^n \mid n, m \geq 0\}$ .
4. Classificare il linguaggio  $L$  del punto precedente, ovvero dire se  $L$  è regolare, oppure libero ma non regolare, oppure non libero, giustificando adeguatamente la risposta.
5. Si consideri l'espressione regolare  $a(b|a)^*a$ . Si costruisca l'automa NFA  $M$  associato, secondo la costruzione vista a lezione. Si trasformi l'NFA  $M$  nell'equivalente DFA  $M'$ , secondo la costruzione per sottoinsiemi vista a lezione.
6. Preso il DFA  $M'$  calcolato al punto precedente, si verifichi se è minimo; se non lo fosse, lo si minimizzi per ottenere un DFA  $M''$ ; quindi si ricavi da  $M''$  la grammatica regolare associata, seguendo la costruzione vista a lezione; quindi si semplifichi la grammatica ottenuta, eliminando i simboli inutili.
7. Se  $L$  è libero ed  $R$  è libero deterministico, il linguaggio  $L \cup \bar{R} = \{w \in A^* \mid w \in L \vee w \notin R\}$  è regolare o libero, oppure non libero? Giustificare la risposta.
8. Mostrare che  $L = \{a^{n+1}b^{2n} \mid n \geq 0\}$  è libero deterministico, costruendo un opportuno DPDA che riconosca  $L\$$  per pila vuota.
9. Si consideri la seguente grammatica  $G$  con simbolo iniziale  $S$ :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \\ A &\rightarrow \epsilon \mid aAC \\ B &\rightarrow \epsilon \mid bSB \\ C &\rightarrow cc \mid cC \end{aligned}$$

- (i) Si calcolino i First e i Follow per tutti i nonterminali. (ii) La grammatica  $G$  è di classe LL(1)? (iii) Si rimuovano le produzioni epsilon per ottenere una grammatica  $G'$  senza produzioni epsilon, che sia equivalente (quindi che riconosca anche  $\epsilon$ ) a  $G$ .

10. Si consideri la grammatica  $G$  con simbolo iniziale  $S$ :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aA \mid Sb \\ A &\rightarrow c \mid aA \end{aligned}$$

- (i) Determinare il linguaggio generato  $L(G)$ . (ii) Verificare che  $G$  non è di classe LL(1). (iii) Manipolare la grammatica per ottenerne una equivalente  $G'$  di classe LL(1). (iv) Costruire il parser LL(1) per  $G'$ . (v) Mostrare il funzionamento del parser LL(1) su input  $acb$ .

11. Si consideri la grammatica  $G$  del punto precedente. (i) Costruire l'automa canonico LR(0). (ii) Costruire la tabella di parsing SLR(1) e verificare se ci sono conflitti. (iii) Mostrare il funzionamento del parser SLR(1) per l'input  $acb$ .

$$1) I_{L_0}^{L_1} \left( \rho_{L_1, L_0}^{L_0}, I_{L_0}^{L_1} \right) = I_{L_0}^{L_0} \text{ senza senso}$$

$$I_{L_0}^{L_1} \left( \rho_{L_1, L_0}^{L_0}, I_{L_1}^{L_0} \right) = \text{errore perché il compilatore si aspetta un prog. scritto in } L_1$$

$$2) \frac{\langle e_0, \sigma \rangle \rightarrow \langle e_0', \sigma \rangle}{\langle e_0 * e_1, \sigma \rangle \rightarrow \langle e_0' * e_1, \sigma' \rangle}$$

$$\frac{}{\langle 0 * e_1, \sigma \rangle \rightarrow \langle 0, \sigma \rangle}$$

$$\frac{}{\langle 1 * e_1, \sigma \rangle \rightarrow \langle e_1, \sigma \rangle}$$

$$\frac{\langle e_1, \sigma \rangle \rightarrow \langle e_1', \sigma' \rangle \quad m \neq 0, 1}{\langle m * e_1, \sigma \rangle \rightarrow \langle n * e_1', \sigma' \rangle}$$

$$\frac{}{\langle n * m, \sigma \rangle \rightarrow \langle p, \sigma \rangle} \quad \begin{matrix} n \neq 0, 1 \\ p = n * m \end{matrix}$$

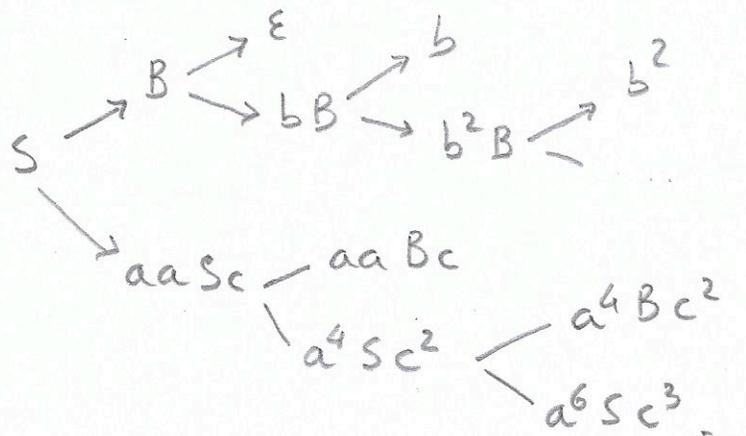
$$\langle 0 * (2-5), \sigma \rangle \xrightarrow{ES} \langle 0, \sigma \rangle$$

$$\langle 0 * (2-5), \sigma \rangle \not\xrightarrow{IS}$$

$$3) L = \{ a^{2n} b^m c^m \mid n, m \geq 0 \}$$

$$S \rightarrow aaSc \mid B$$

$$B \rightarrow \epsilon \mid bB$$



4)  $L = \{a^{2n} b^m c^n \mid n, m \geq 0\}$  non è regolare

- Fissiamo  $N > 0$  generico

- Scegliamo  $z \in L$  con  $|z| \geq N$   $z = a^{2N} b^N c^N$

- Per ogni  $uvw$  tali che  $z = uvw$ ,  $|uv| \leq N$  e  $|v| \geq 1$ ,  
deve essere  $v \in a^*$ . Sia  $v = a^j$   $j \geq 1$ .

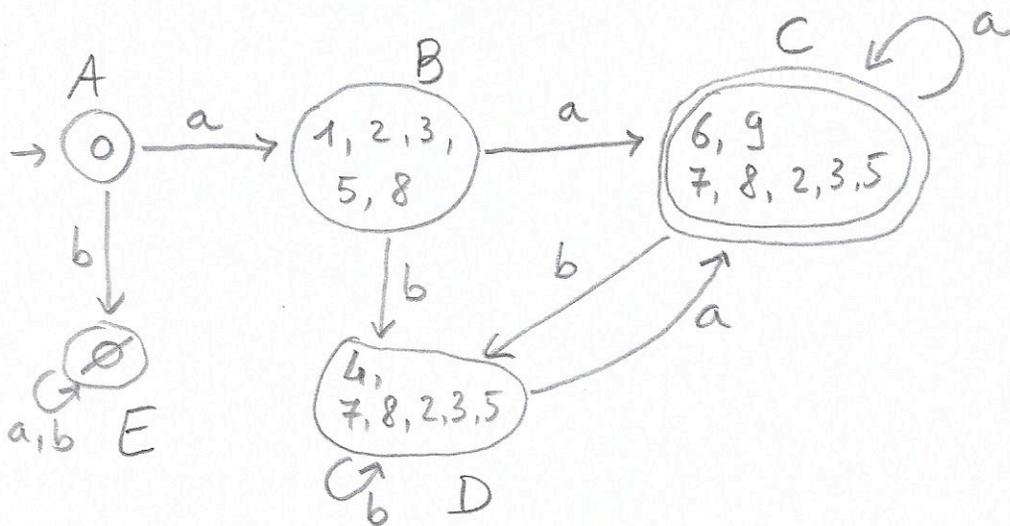
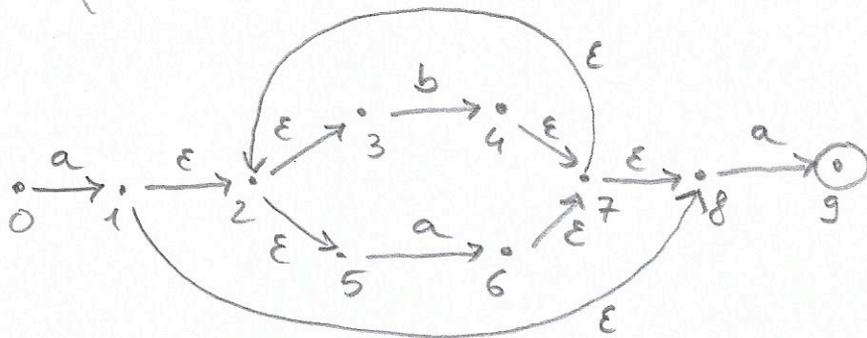
- Allora  $\exists k=2$ .  $uv^2w \notin L$

$$uv^2w = a^{2N+j} b^N c^N \notin L$$

$\Rightarrow L$  non è regolare

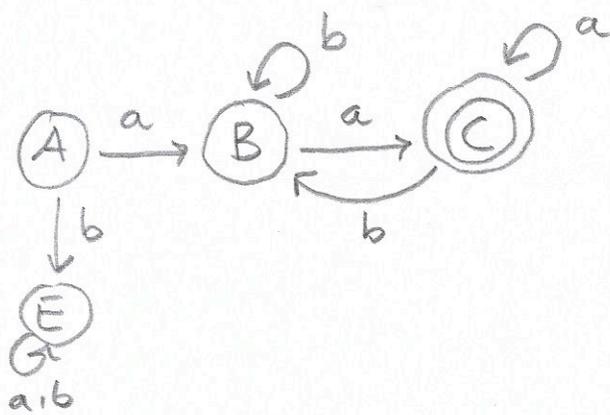
$L$  è libero, perché al punto 3) abbiamo definito una gr. libera che lo genera.

5)  $a(bla)^*a$



6)

B	x <sub>1</sub>			
C	x <sub>0</sub>	x <sub>0</sub>		
D	x <sub>1</sub>		x <sub>0</sub>	
E	x <sub>2</sub>	x <sub>1</sub>	x <sub>0</sub>	x <sub>1</sub>
	A	B	C	D

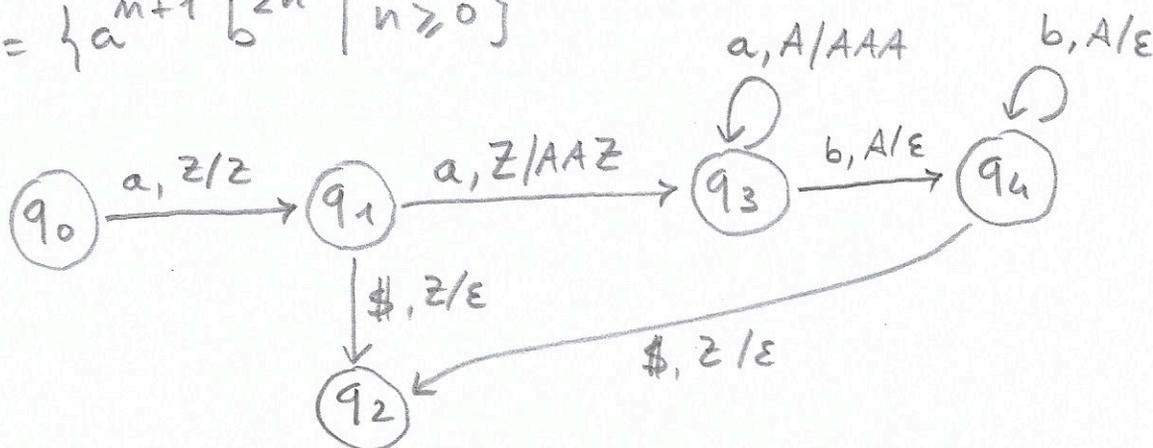


$A \rightarrow aB \mid bE$   
 $B \rightarrow bB \mid aC$   
 $C \rightarrow aC \mid bB \mid \epsilon$   
 $E \rightarrow aE \mid bE$

7) L libero R libero det.  $L \cup \bar{R}$  è libero perché

- $\bar{R}$  è libero det. perché i lang. liberi det. sono chiusi per complementazione
- $L \cup \bar{R}$  è libero, perché i lang. liberi sono chiusi per unione.

8)  $L = \{a^{m+1} b^{2n} \mid n \geq 0\}$



9)

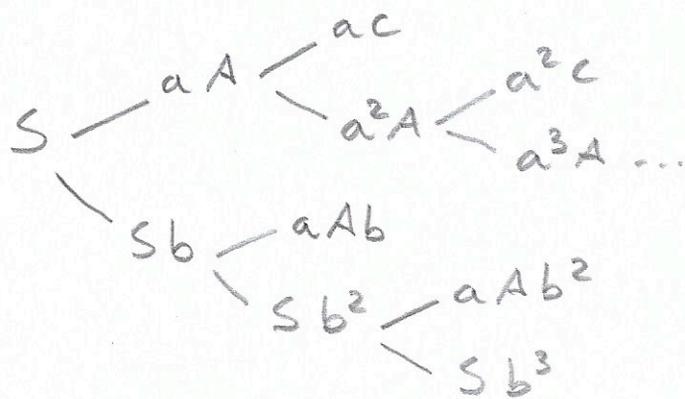
$S \rightarrow AB$   
 $A \rightarrow \epsilon | aAC$   
 $B \rightarrow \epsilon | bSB$   
 $C \rightarrow cc | cC$

	First	Follow
S	a, b, $\epsilon$	\$, b
A	a, $\epsilon$	b, \$, c
B	b, $\epsilon$	\$, b
$\epsilon$	c	b, \$, c

(ii) G non è di classe LL(1);  
 ad es. in  $C \rightarrow cc | cC$  c'è conflitto.

(iii)  $S' \rightarrow \epsilon | S$        $N(G) = \{A, B, S\}$   
 $S \rightarrow AB | A | B$   
 $A \rightarrow aAC | aC$   
 $B \rightarrow bSB | bB | bS | b$   
 $C \rightarrow cc | cC$

10)  $S \rightarrow aA | Sb$   
 $A \rightarrow c | aA$



$A \mapsto a^*c$   
 $aA \mapsto a^+c$

$$L(G) = \{ a^n c b^m \mid n \geq 1, m \geq 0 \}$$

G non è di classe LL(1) perché è ambigua su

$$\underline{S \rightarrow Sb}$$

$$G' = \begin{cases} S \rightarrow aAS' \\ S' \rightarrow bS' | \epsilon \\ A \rightarrow c | aA \end{cases}$$

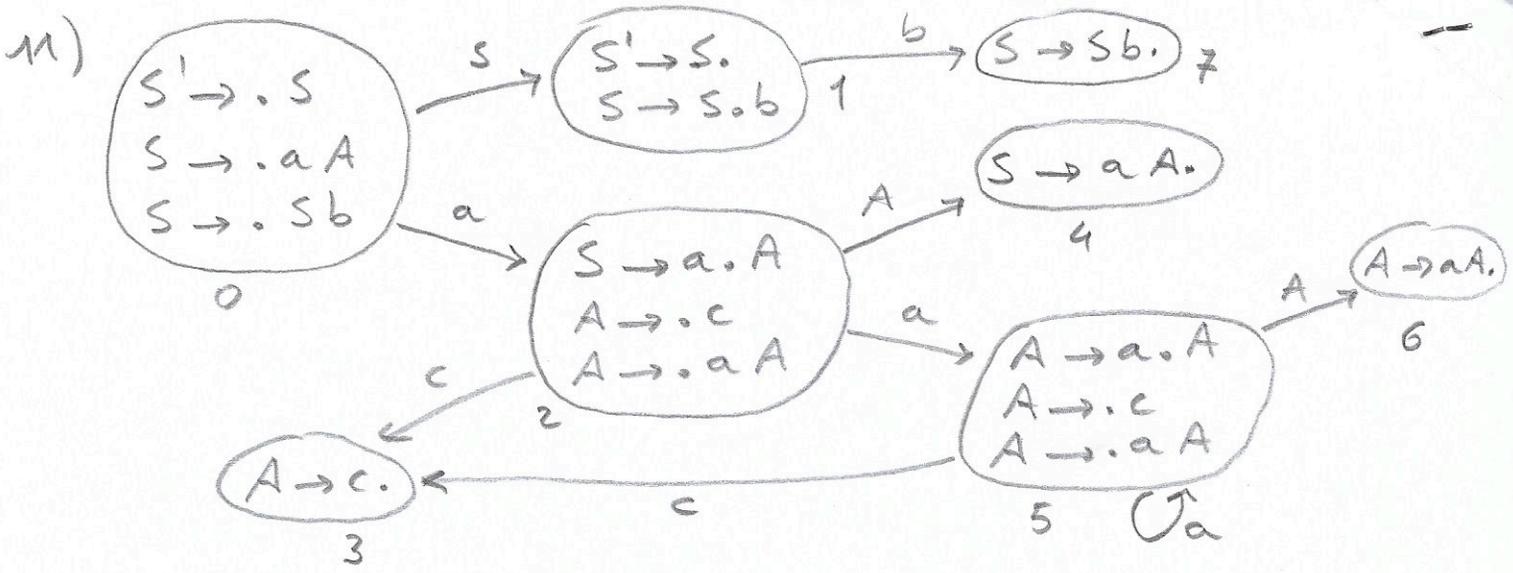
	First	Follow
S	a	\$
S'	b, $\epsilon$	\$
A	a, c	b, \$

$$G' \in LL(1) \iff \begin{cases} \text{First}(bS') \cap \text{First}(\epsilon) = \emptyset \\ \text{First}(bS') \cap \text{Follow}(S') = \emptyset \\ \text{First}(c) \cap \text{First}(aA) = \emptyset \end{cases}$$

	a	b	c	\$
S	$S \rightarrow aAS'$			
S'		$S' \rightarrow bS'$		$S' \rightarrow \epsilon$
A	$A \rightarrow aA$		$A \rightarrow c$	

acb\$  
 cb\$  
 b\$  
 \$

S  
aAS'  
 AS'  
 cS'  
 S'  
bS'  
 S'  
 $\epsilon$   
 ok



	a	b	c	#	S	A
0	S2				g1	
1		S7		acc		
2	S5		S3			g4
3		R3		R3		
4		R1		R1		
5	S5		S3			g6
6		R4		R4		
7		R2		R2		

(0, ε, acb#)

(02, a, cb#)

(023, ac, b#)  
 $\downarrow \quad \downarrow$   
 $\rightarrow A$

(024, aA, b#)  
 $\downarrow \quad \downarrow$   
 $\rightarrow S$

(01, S, b#)

(017, Sb, #)  
 $\downarrow \quad \downarrow$   
 $\rightarrow S$

(01, S, #)  
accept

$S \rightarrow a^{(1)}A^{(2)} / Sb$   
 $A \rightarrow c / aA$   
 (3) (4)

	First	Follow
S	a	b, #
A	a, c	b, #