

Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti.

1. Per quali valori delle variabili (di linguaggio)  $X, Y$  e  $Z$  la seguente espressione

$$\mathcal{I}_{L_1}^{L_0}(C_{Y,Z}^X, C_{L_2, L_1}^{L_2})$$

ha senso? E cosa viene calcolato?

2. Si consideri il seguente linguaggio di programmazione, denominato *Funny*, definito dalla seguente sintassi astratta:

$$c ::= x := 1 \mid c; c \mid c \text{ par } c$$

dove  $x$  è l'unica variabile utilizzabile. Definire le regole di semantica operativa strutturata per *Funny*. La relazione di transizione è deterministica? Quanti diversi valori per  $x$  posso calcolare? Questo linguaggio è Turing-completo?

3. Considerando la sintassi astratta di *Funny* al punto precedente, si verifichi che essa è ambigua. Si proponga una sintassi concreta, che può far uso di zucchero sintattico, che sia non ambigua.
4. Costruire una grammatica libera  $G$  che generi il linguaggio  $L = \{a^n c^{m+1} b^{n+1} \mid n, m \geq 0\}$  ed argomentare che effettivamente  $G$  generi  $L$ .
5. Classificare il linguaggio  $L$  del punto precedente, ovvero dire se  $L$  è regolare, oppure libero ma non regolare, oppure non libero, giustificando adeguatamente la risposta.
6. Si consideri l'espressione regolare  $(ba|b)b^*$ . Si costruisca l'automa NFA  $M$  associato, secondo la costruzione vista a lezione. Si trasformi l'NFA  $M$  nell'equivalente DFA  $M'$ , secondo la costruzione per sottoinsiemi vista a lezione.
7. Preso il DFA  $M'$  calcolato al punto precedente, si verifichi se è minimo; se non lo fosse, lo si minimizzi per ottenere un DFA  $M''$ ; quindi si ricavi da  $M''$  la grammatica regolare associata, seguendo la costruzione vista a lezione; quindi si semplifichi la grammatica ottenuta, eliminando i simboli inutili; infine, si ricavi da quella grammatica l'espressione regolare associata.
8. Il linguaggio  $L = \{a^n b^m \mid n, m \geq 0\}$  è di classe LL(1)? Giustificare la risposta senza esibire alcuna grammatica.
9. Sapendo che  $L_1 = \{b^n a^m \mid 0 \leq n \leq m\}$  e  $L_2 = \{b^n a^m \mid 0 \leq m \leq n\}$  sono liberi deterministici, è vero che  $L_1 \cap L_2$  è un linguaggio libero deterministico?
10. Si consideri la grammatica  $G$  con simbolo iniziale  $S$ :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow S + T \mid T \\ T &\rightarrow a \mid (S) \end{aligned}$$

(i) Verificare che  $G$  non è di classe LL(1). (ii) Manipolare la grammatica  $G$  per renderla di classe LL(1). (iii) Costruire la tabella di parsing LL(1). (iv) Mostrare il funzionamento del parser LL(1) su input  $a + (a)$ .

11. Si consideri la grammatica  $G$  con simbolo iniziale  $S$  del punto precedente. (i) Verificare se  $G$  sia di classe LR(0), costruendo la tabella di parsing LR(0). (ii) Mostrare il funzionamento del parser LR(0) su input  $(a + a)$ .

Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti.

1. Per quali valori delle variabili (di linguaggio)  $X, Y$  e  $Z$  la seguente espressione

$$\mathcal{I}_{L_1}^{L_0}(C_{Y,Z}^X, C_{L_2, L_1}^{L_2})$$

ha senso? E cosa viene calcolato?

2. Si consideri il seguente linguaggio di programmazione, denominato *Funny*, definito dalla seguente sintassi astratta:

$$c ::= x := 1 \mid c; c \mid \text{par } c$$

dove  $x$  è l'unica variabile utilizzabile. Definire le regole di semantica operativa strutturata per *Funny*. La relazione di transizione è deterministica? Quanti diversi valori per  $x$  posso calcolare? Questo linguaggio è Turing-completo?

3. Considerando la sintassi astratta di *Funny* al punto precedente, si verifichi che essa è ambigua. Si proponga una sintassi concreta, che può far uso di zucchero sintattico, che sia non ambigua.
4. Costruire una grammatica libera  $G$  che generi il linguaggio  $L = \{a^n c^{m+1} b^{n+1} \mid n, m \geq 0\}$  ed argomentare che effettivamente  $G$  generi  $L$ .
5. Classificare il linguaggio  $L$  del punto precedente, ovvero dire se  $L$  è regolare, oppure libero ma non regolare, oppure non libero, giustificando adeguatamente la risposta.
6. Si consideri l'espressione regolare  $(ba|b)b^*$ . Si costruisca l'automa NFA  $M$  associato, secondo la costruzione vista a lezione. Si trasformi l'NFA  $M$  nell'equivalente DFA  $M'$ , secondo la costruzione per sottoinsiemi vista a lezione.
7. Preso il DFA  $M'$  calcolato al punto precedente, si verifichi se è minimo; se non lo fosse, lo si minimizzi per ottenere un DFA  $M''$ ; quindi si ricavi da  $M''$  la grammatica regolare associata, seguendo la costruzione vista a lezione; quindi si semplifichi la grammatica ottenuta, eliminando i simboli inutili; infine, si ricavi da quella grammatica l'espressione regolare associata.
8. Il linguaggio  $L = \{a^n b^m \mid n, m \geq 0\}$  è di classe LL(1)? Giustificare la risposta senza esibire alcuna grammatica.
9. Sapendo che  $L_1 = \{b^n a^m \mid 0 \leq n \leq m\}$  e  $L_2 = \{b^n a^m \mid 0 \leq m \leq n\}$  sono liberi deterministici, è vero che  $L_1 \cap L_2$  è un linguaggio libero deterministico?
10. Si consideri la grammatica  $G$  con simbolo iniziale  $S$ :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow S + T \mid T \\ T &\rightarrow a \mid (S) \end{aligned}$$

- (i) Verificare che  $G$  non è di classe LL(1). (ii) Manipolare la grammatica  $G$  per renderla di classe LL(1). (iii) Costruire la tabella di parsing LL(1). (iv) Mostrare il funzionamento del parser LL(1) su input  $a + (a)$ .
11. Si consideri la grammatica  $G$  con simbolo iniziale  $S$  del punto precedente. (i) Verificare se  $G$  sia di classe LR(0), costruendo la tabella di parsing LR(0). (ii) Mostrare il funzionamento del parser LR(0) su input  $(a + a)$ .

$$1) I_{L_1}^{L_0} \left( C_{Y,Z}^X, C_{L_2, L_1}^{L_2} \right)$$

$$X = L_1$$

$$Y = L_2$$

$$Z = \text{qualsiasi}$$

$$= C_{L_2, L_1}^Z$$

$$2) \text{ Funny } C ::= X ::= 1 \mid C; C \mid C \text{ par } C$$

$$\underline{\text{Ass}} \quad \frac{}{\langle X ::= 1, \sigma \rangle \rightarrow \sigma[X/1]}$$

$$\underline{\text{Seq}_1} \quad \frac{\langle C_0, \sigma \rangle \rightarrow \langle C_0', \sigma' \rangle}{\langle C_0; C_1, \sigma \rangle \rightarrow \langle C_0'; C_1, \sigma' \rangle}$$

$$\underline{\text{Seq}_2} \quad \frac{\langle C_0, \sigma \rangle \rightarrow \sigma'}{\langle C_0; C_1, \sigma \rangle \rightarrow \langle C_1, \sigma' \rangle}$$

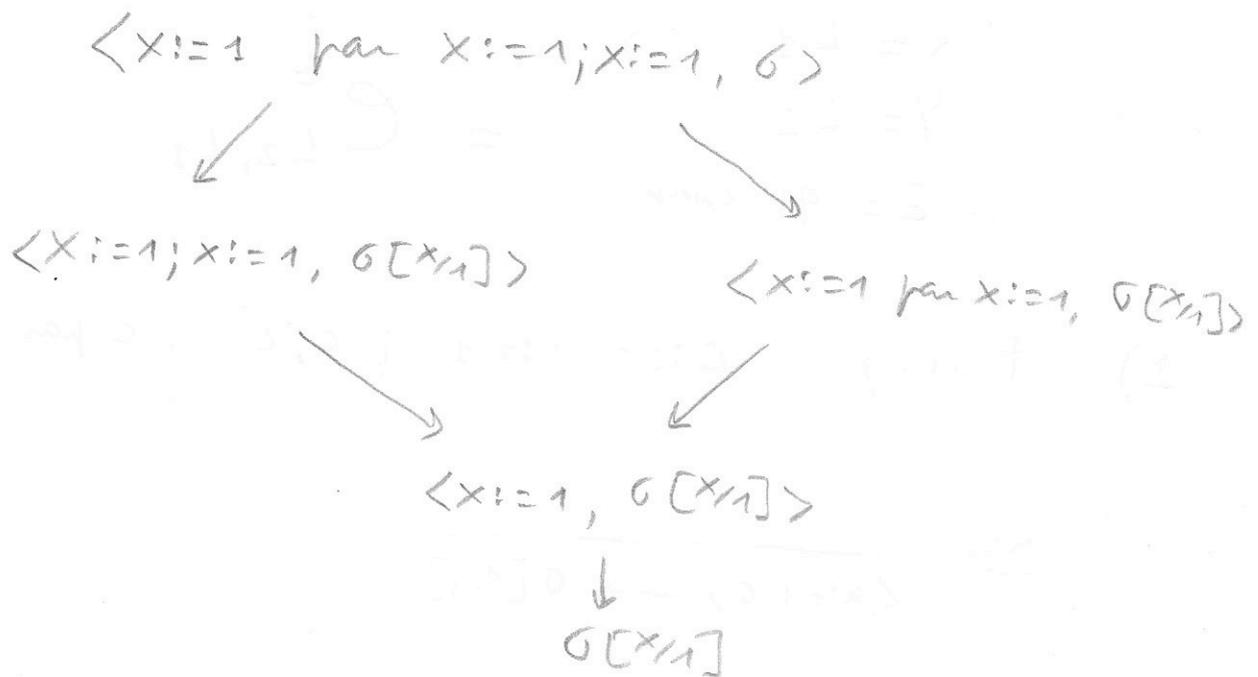
$$\underline{\text{Par}_1} \quad \frac{\langle C_0, \sigma \rangle \rightarrow \langle C_0', \sigma' \rangle}{\langle C_0 \text{ par } C_1, \sigma \rangle \rightarrow \langle C_0' \text{ par } C_1, \sigma' \rangle}$$

$$\underline{\text{Par}_2} \quad \frac{\langle C_0, \sigma \rangle \rightarrow \sigma'}{\langle C_0 \text{ par } C_1, \sigma \rangle \rightarrow \langle C_1, \sigma' \rangle}$$

$$\underline{\text{Par}_3} \quad \frac{\langle C_1, \sigma \rangle \rightarrow \langle C_1', \sigma' \rangle}{\langle C_0 \text{ par } C_1, \sigma \rangle \rightarrow \langle C_0 \text{ par } C_1', \sigma' \rangle}$$

$$\underline{\text{Par}_4} \quad \frac{\langle C_1, \sigma \rangle \rightarrow \sigma'}{\langle C_0 \text{ par } C_1, \sigma \rangle \rightarrow \langle C_0, \sigma' \rangle}$$

La relazione  $\rightarrow$  non è deterministica, basta vedere le regole del Par



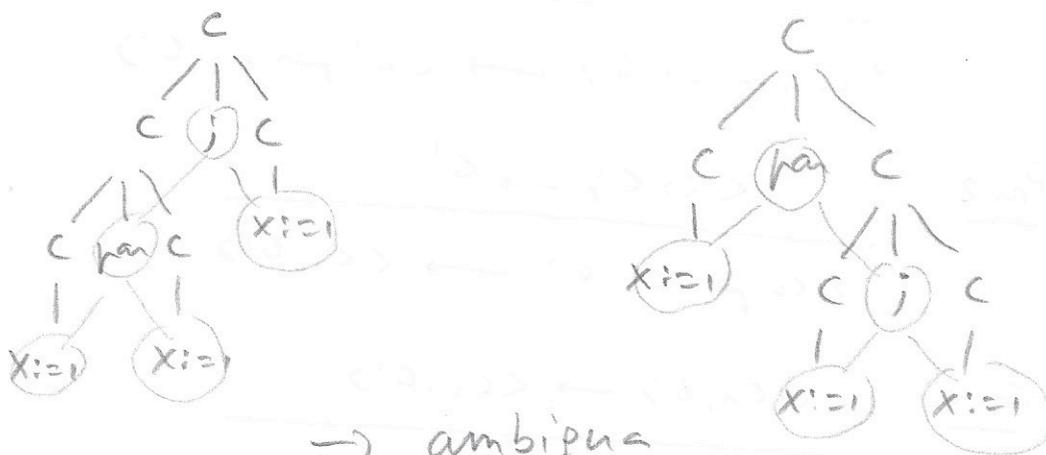
Ma il nondeterminismo è solo apparente, perché calcoliamo sempre e solo  $x=1$ !

Il Ling. Funny non è ovviamente Turing-completo.

Ad es.  $f(x) = x+1$  non riesce a calcolarlo.

3)

$x := 1 \text{ par } x := 1; x := 1$



$\Rightarrow$  ambigua

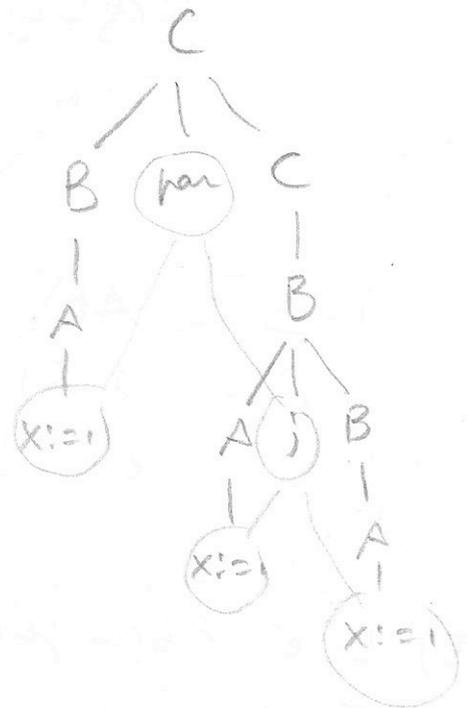
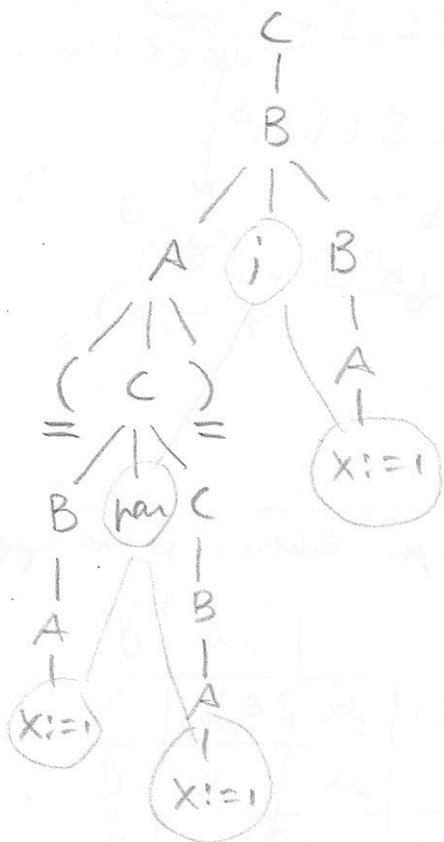
Per risolvere l'ambiguità dobbiamo:

- fissare l'associatività di ; e par : ass dx
- decidere le priorità tra ; e par :  $;$  > par

$$C ::= B \text{ par } C \mid B$$

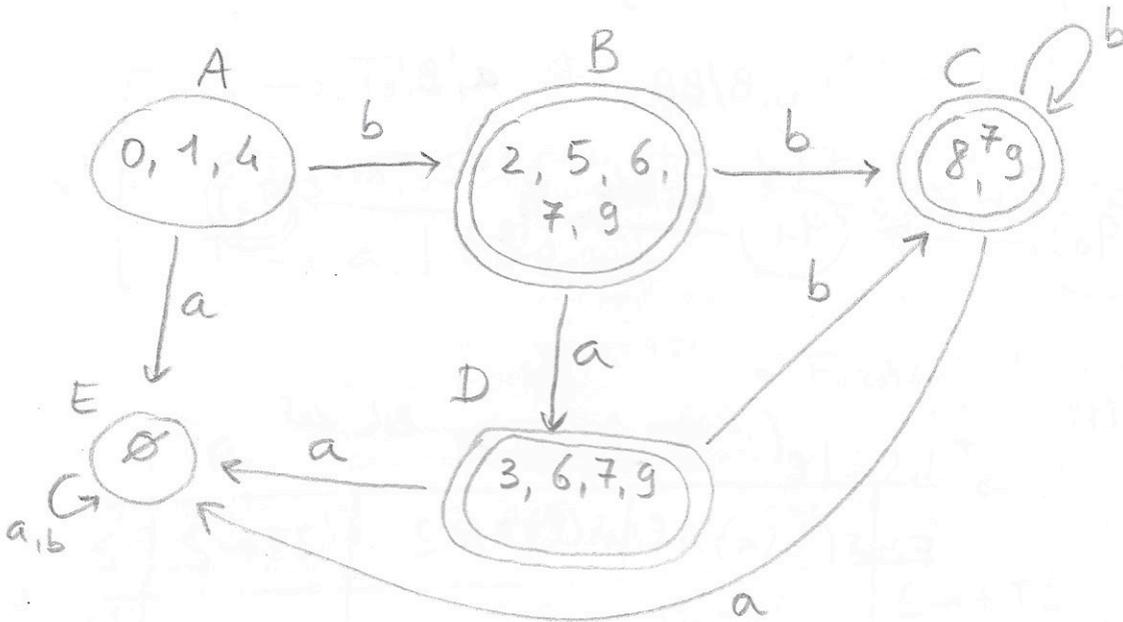
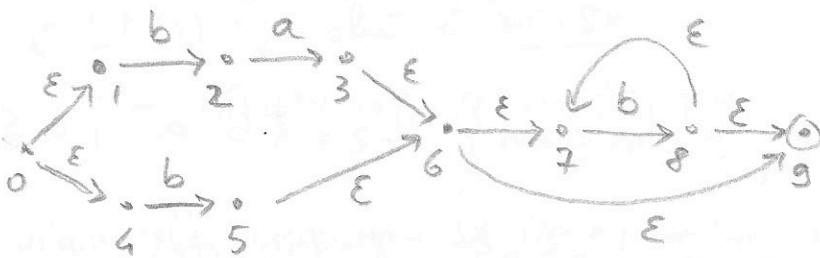
$$B ::= A ; B \mid A$$

$$A ::= x := 1 \mid (C)$$





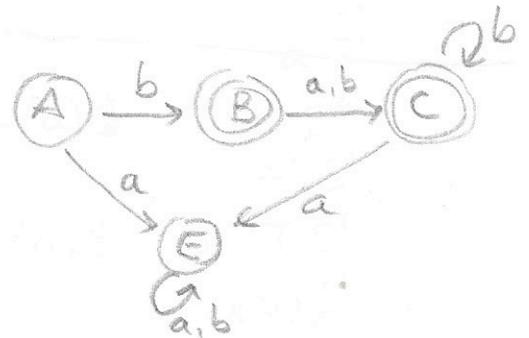
6)  $(ba|b)b^*$



7)

|   |       |       |       |       |
|---|-------|-------|-------|-------|
| B | $x_0$ |       |       |       |
| C | $x_0$ | $x_1$ |       |       |
| D | $x_0$ | $x_1$ | 0     |       |
| E | $x_1$ | $x_0$ | $x_0$ | $x_0$ |
|   | A     | B     | C     | D     |

$C \sim D$



$A \rightarrow bB | \cancel{aE}$   
 $B \rightarrow aC | bC | \epsilon$   
 $C \rightarrow bC | \cancel{aE} | \epsilon$   
 $E \rightarrow \cancel{aE} | bE$

$A \rightarrow bB$   
 $B \rightarrow aC | bC | \epsilon$   
 $C \rightarrow bC | \epsilon \sim b^*$

$C \sim b^*$

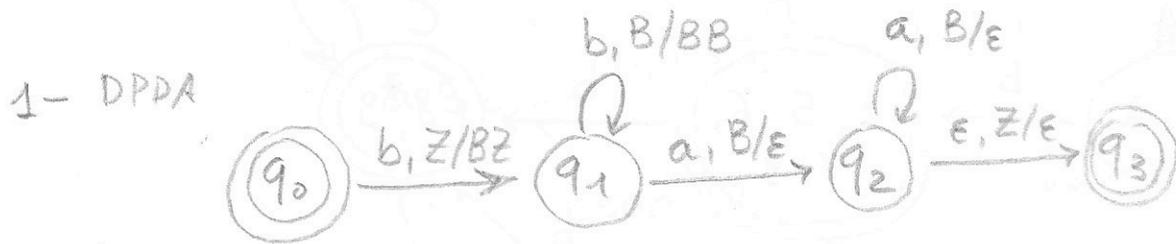
$B \sim ab^* | bb^* | \epsilon$

$A \sim b(ab^* | bb^* | \epsilon) \sim b(a| \epsilon)b^*$

8)  $L = \{a^n b^m \mid n, m \geq 0\}$  è regolare  $a^* b^*$

A lezione abbiamo dimostrato che tutti i lang. reg. sono di classe  $LL(1)$ . Allora  $L$  è di classe  $LL(1)$ .

9)  $L_1 = \{b^m a^n \mid 0 \leq m \leq n\}$   $L_2 = \{b^m a^n \mid 0 \leq m \leq n\}$   
 $L_1 \cap L_2 = \{b^n a^n \mid n \geq 0\}$  è lsb. det.



2- Gr.  $LL(1)$

$S \rightarrow bSa \mid \epsilon$   $\in LL(1) \Rightarrow$  lsb. det.

$First(bSa) \cap First(\epsilon) = \emptyset$

$\{b\} \cap Follow(S) = \emptyset$   
 $\{\$, a\}$

3- Gr. SLRC(1)



10)  $G \begin{cases} S \rightarrow S+T \mid T \\ T \rightarrow a \mid (S) \end{cases}$

$G$  non è LL(1) perché è ws  $Sx$

$\text{first}(S+T) \cap \text{first}(T) \neq \emptyset$

Rimuoviamo la ws  $Sx$  immediata.

$G' \begin{cases} S \rightarrow TS' \\ S' \rightarrow +TS' \mid \epsilon \\ T \rightarrow a \mid (S) \end{cases}$

$G'$  è LL(1)

$\bullet \text{first}(+TS') \cap \text{first}(\epsilon) = \emptyset$

$\bullet \text{first}(+TS') \cap \text{follow}(S') = \emptyset$

$\{\$, \epsilon\} = \text{follow}(S)$

$\bullet \text{first}(a) \cap \text{first}((S)) = \emptyset$

a ( ) + \$

|    |         |         |        |          |        |
|----|---------|---------|--------|----------|--------|
| S  | S → TS' | S → TS' |        |          |        |
| S' |         |         | S' → ε | S → +TS' | S' → ε |
| T  | T → a   | T → (S) |        |          |        |

|    | First | Follow   |
|----|-------|----------|
| S  | a, (  | \$, )    |
| S' | +, ε  | \$, )    |
| T  | a, (  | +, \$, ) |

a+(a)\$

S

TS'

aS'

+ (a)\$

S'

+TS'

(a)\$

TS'

(S)S'

a)\$

S)S'

TS')S'

aS')S'

)\$

S')S'

)S'

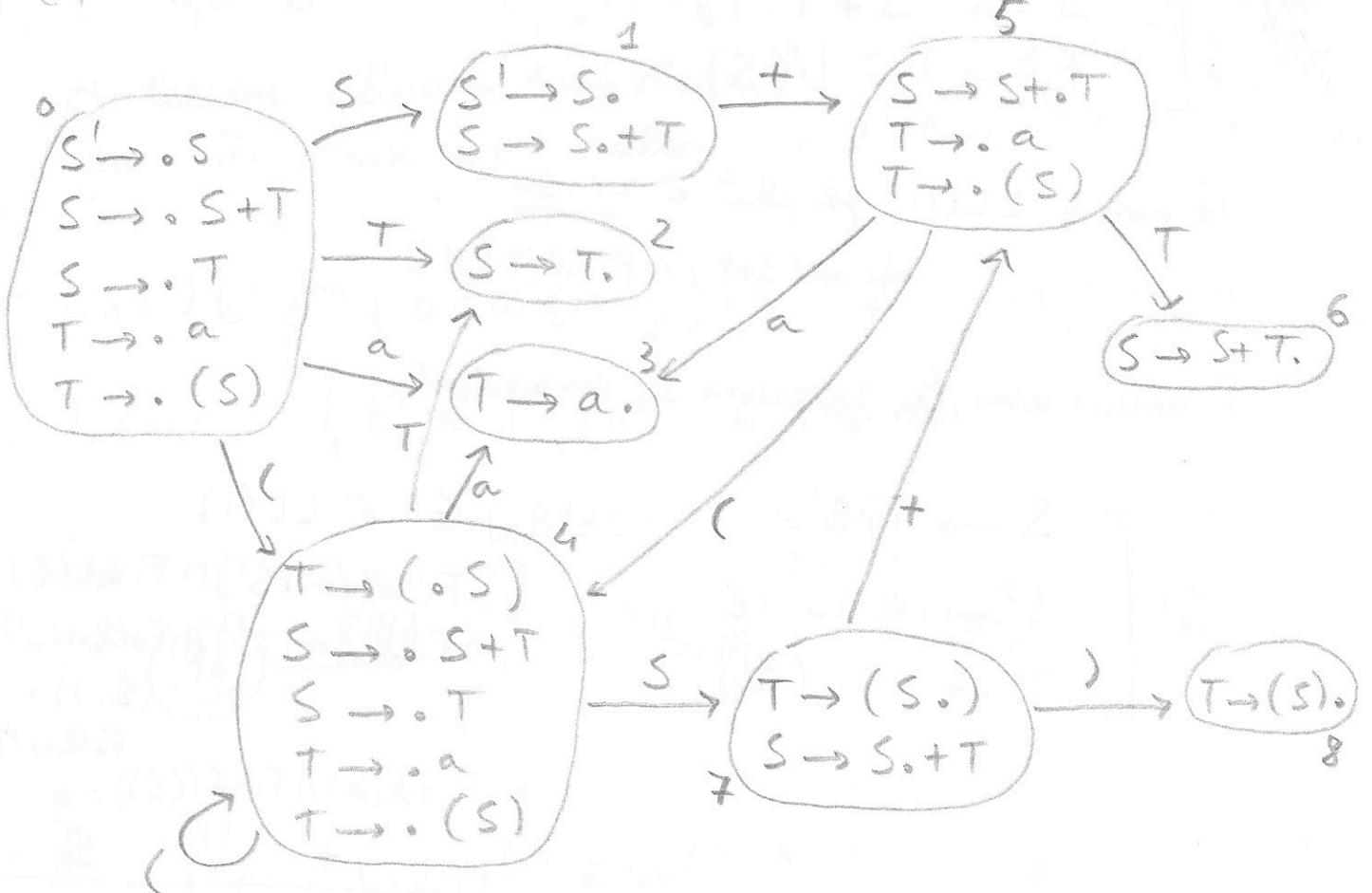
\$

S'

ε

OK

11) (0)  $S' \rightarrow S$  (1)  $S \rightarrow S+T$  (2)  $S \rightarrow T$  (3)  $T \rightarrow a$  (4)  $T \rightarrow (S)$



|   | a  | (  | )  | +  | \$  | S  | T  |
|---|----|----|----|----|-----|----|----|
| 0 | S3 | S4 |    |    |     | q1 | q2 |
| 1 |    |    |    | S5 | acc |    |    |
| 2 | r2 | r2 | r2 | r2 | r2  |    |    |
| 3 | r3 | r3 | r3 | r3 | r3  |    |    |
| 4 | S3 | S4 |    |    |     | q7 | q2 |
| 5 | S3 | S4 |    |    |     |    | q6 |
| 6 | r1 | r1 | r1 | r1 | r1  |    |    |
| 7 |    |    | S8 | S5 |     |    |    |
| 8 | r4 | r4 | r4 | r4 | r4  |    |    |

$(0, \epsilon, (a+a)\$)$   
 $(04, (, a+a)\$)$   
 $(043, (a, +a)\$)$   
 $(042, (T, +a)\$)$   
 $(047, (S, +a)\$)$   
 $(0475, (S+, a)\$)$   
 $(04753, (S+a, )\$)$   
 $(04756, (S+T, )\$)$   
 $(047, (S, )\$)$   
 $(0478, (S), \$)$   
 $(02, T, \$)$   
 $(01, S, \$) \text{ accept!}$