CORSO DI LINGUAGGI DI PROGRAMMAZIONE — PARZIALE DI FINE MODULO
PROVA SCRITTA **B** DEL 19 DICEMBRE 2014.

Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti.

1. Affinchè la seguente espressione
$$\mathcal{I}_X^{L_0}(\mathcal{C}_{L_2,L_3}^{L_1}, \mathcal{C}_{L_1,Z}^{Y})$$
abbia senso, quali linguaggi devono essere assegnati alle variabili X, Y e Z?

2. Descrivere le regole di semantica operazionale strutturata per l'espressione booleana b_0 `or` b_1, secondo la disciplina di valutazione interna-destra (ID). Mostrare un esempio di una espressione di quel tipo tale che la valutazione ID e quella ES (esterna-sinistra) vista a lezione non sono uguali.

3. Si consideri il seguente NFA $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$, dove $\Sigma = \{a\}$, $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $F = \{q_3\}$ e la funzione di transizione $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \to \mathcal{P}(Q)$ è cosí definita: $\delta(q_0, a) = \{q_1, q_3\}$, $\delta(q_1, a) = \{q_0, q_2\}$, $\delta(q_2, a) = \{q_1, q_3\}$, $\delta(q_3, a) = \{q_0, q_2\}$, mentre $\delta(q, \epsilon) = \emptyset$ per tutti i $q \in Q$.

   Si fornisca una rappresentazione grafica di M. Si costruisca il DFA M' associato, secondo la costruzione per sottoinsiemi. Qual è il linguaggio riconosciuto da M'?

4. Considerando il DFA M' determinato al punto precedente, si verifichi che M' non è minimo e lo si minimizzi ad ottenere un DFA M''; quindi si ricavi da M'' la grammatica lineare-destra associata, seguendo la costruzione vista a lezione; infine, si ricavi da quella grammatica l'espressione regolare associata.

5. Se L è un linguaggio libero e R è un linguaggio regolare su alfabeto A, il linguaggio $L \setminus R = \{w \in A^* \mid w \in L \wedge w \notin R\}$ è regolare o libero, oppure non libero? Giustificare la risposta.

6. Classificare il linguaggio $L = \{ww^R \mid w \in a^*\}$, ovvero dire se è regolare, oppure libero ma non regolare, oppure non libero.

7. Dimostrare che il linguaggio $L = \{a^{n^3} \mid n \geq 0\}$ non è libero. A quale classe appartiene il linguaggio L^*?

8. Mostrare che $L_1 = \{a^n b^n a^m \mid n, m \geq 1\}$ è libero deterministico, costruendo un opportuno DPDA. Sapendo che anche $L_2 = \{a^n b^m a^n \mid n, m \geq 1\}$ è libero deterministico, è vero che $L_1 \cap L_2$ è un linguaggio libero deterministico?

9. Si consideri la seguente grammatica G con simbolo iniziale S:
$$\begin{array}{lcl} S & \to & B\mathtt{a}C \\ B & \to & \mathtt{b}B \mid \epsilon \\ C & \to & \epsilon \mid C\mathtt{a} \mid \mathtt{c}C \end{array}$$
Si calcolino i First e i Follow per tutti i nonterminali. La grammatica G è di classe LL(1)? Si rimuovano le produzioni epsilon per ottenere una grammatica equivalente G' senza produzioni epsilon.

10. Si consideri la grammatica G con simbolo iniziale S:
$$\begin{array}{lcl} S & \to & SA \mid A \\ A & \to & \mathtt{a} \end{array}$$
(i) Determinare il linguaggio generato $L(G)$. (ii) Verificare se G sia di classe LL(1). (iii) Mostrare che G è di classe LR(0). (iv) Mostrare il funzionamento del parser LR(0) su input aa.

11. Si consideri la grammatica G con simbolo iniziale S:
$$\begin{array}{lcl} S & \to & A\mathtt{a}A\mathtt{b} \mid B\mathtt{b}B\mathtt{a} \\ A & \to & \epsilon \\ B & \to & \epsilon \end{array}$$
(i) Costruire l'automa canonico LR(1) per G. (ii) Riempire la tabella di parsing LR(1).

(B)

①

$$I^{\mathcal{L}_0}_{X}\left(C^{\mathcal{L}_1}_{\mathcal{L}_2,\mathcal{L}_3},\ C^{Y}_{\mathcal{L}_1,Z}\right)$$

Affinché abbia senso la scrittura è necessario che

$$X = \mathcal{L}_1 \quad e \quad Y = \mathcal{L}_2$$

mentre Z può essere qualunque ling., ad es $\mathcal{L}_4$
Viene calcolato un compilatore di tipo

$$C^{\mathcal{L}_3}_{\mathcal{L}_1,\underset{(Z)}{\mathcal{L}_4}}$$

②

$$\frac{\langle b_1,\sigma\rangle \to \langle b_1',\sigma'\rangle}{\langle b_0 \text{ or } b_1,\sigma\rangle \to \langle b_0 \text{ or } b_1',\sigma'\rangle}$$

$$\frac{\langle b_0,\sigma\rangle \to \langle b_0',\sigma'\rangle}{\langle b_0 \text{ or } t_1,\sigma\rangle \to \langle b_0' \text{ or } t_1,\sigma'\rangle}$$

$$\frac{}{\langle t_0 \text{ or } t_1,\sigma\rangle \to \langle t,\sigma\rangle}$$

t_1	t_2	t
tt	tt	tt
tt	ff	tt
ff	tt	tt
ff	ff	ff

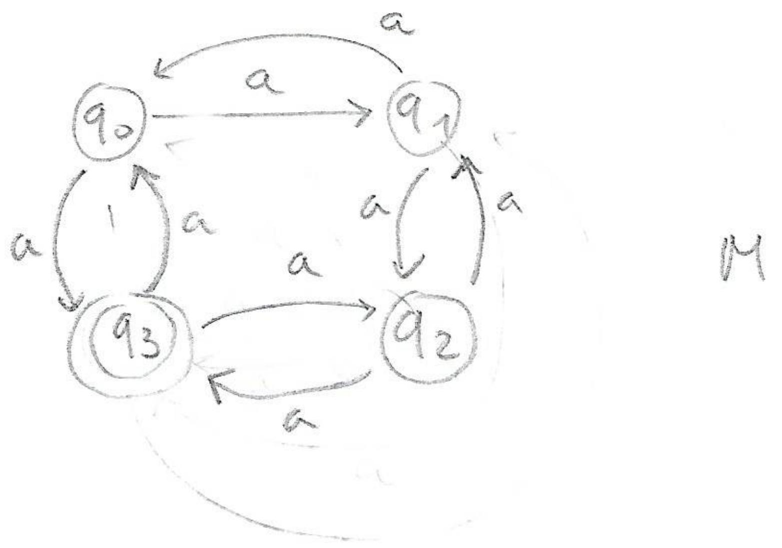
$$b = (tt \text{ or } 3=(3-5))$$

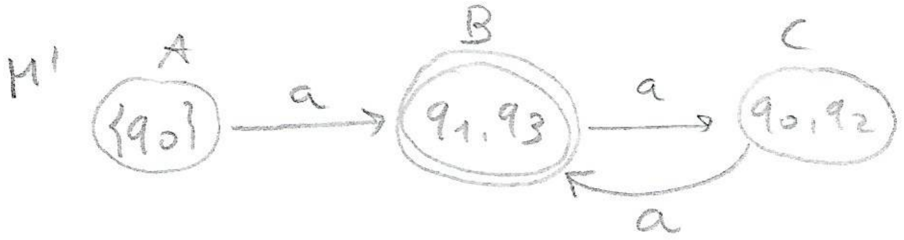
$$\langle b,\sigma\rangle \to_{ES} \langle tt,\sigma\rangle$$

$$\langle b,\sigma\rangle \not\to_{ID}$$

$$\frac{\dfrac{\langle 3-5,\sigma\rangle \not\to_e}{\langle 3=(3-5),\sigma\rangle \longrightarrow_b}}{\langle tt \text{ or } 3=(3-5),\sigma\rangle \longrightarrow_b}$$

③

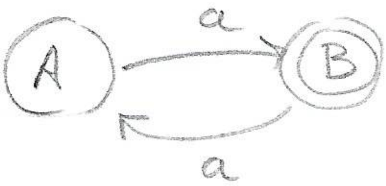




$$L[M'] = \{ a^{2n+1} \mid n \geq 0 \} = a(aa)^*$$

④

B	x_0	
C	0	x_0
	A	B



$A \to aB \mid a$
$B \to aA$

$A \to aaA \mid a$

$(aa)^* a$

$A \to aB$
$B \to aA \mid \varepsilon$

$A \to aaA \mid a$

$(aa)^* a$

⑤ L libero R reg.

$L \setminus R = \{ w \in A^* \mid w \in L \wedge w \notin R \}$

$\Rightarrow L \setminus R = L \cap \overline{R}$

- Poiché R è regolare, allora pure $\overline{R}$ è regolare (nota proprietà di chiusura dei ling. regolari)
- L'intersezione di un ling. libero con uno reg. è libero (nota proprietà)

$\Rightarrow L \setminus R = L \wedge \overline{R}$ è libero

---

⑥ $L = \{ ww^R \mid w \in a^* \} = \{ a^n a^n \mid n \geq 0 \} =$
$= \{ a^{2n} \mid n \geq 0 \} = (aa)^*$

---

⑦ $L = \{ a^{n^3} \mid n \geq 0 \}$ non è libero

- Fissiamo N
- scegliamo $z = a^{N^3}$ $(z \in L,\ |z| \geq N)$
- Per ogni $uvwxy$ tali che
  - $z = uvwxy$
  - $|vwx| \leq N$
  - $|vx| \geq 1$

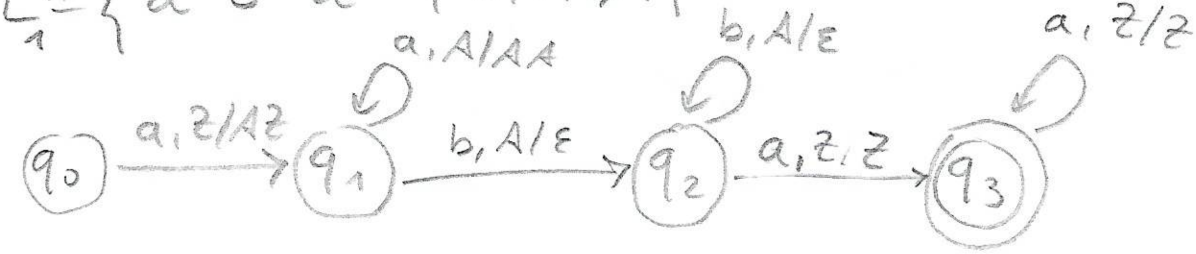
$\Rightarrow \exists\, k = 2$ tale che $uv^2wx^2y \notin L$. Infatti

$$|uvwxy| = |a^{N^3}| = N^3 < |uv^2wx^2y| = |uvwxy| + |vx|$$
$$\leq N^3 + N < N^3 + 3N^2 + 3N + 1 = (N+1)^3 = |a^{(N+1)^3}|$$

$\Rightarrow L$ non libero

$L^* = a^*$ perché $a \in L$

⑧ $L_1 = \{ a^n b^n a^m \mid n, m \geq 1 \}$



$L_2 = \{ a^n b^m a^n \mid n, m \geq 1 \}$

$L_1 \cap L_2 = \{ a^n b^n a^n \mid n \geq 1 \}$ che non è libero,
(Non bisogna dire: "perché i ling. lib. det. non son chiusi per intersezione")

---

⑨ G
$S \to BaC$
$B \to bB \mid \varepsilon$
$C \to \varepsilon \mid Ca \mid cC$

	First	Follow
S	a, b	\$
B	ε, b	a
C	ε, a, c	a, \$

G non è di classe LL(1)

$\text{First}(Ca) \cap \text{First}(cC) = \{a, c\} \cap \{c\} = \{c\}$ ✗

$\text{Follow}(C) \cap \text{First}(Ca) = \{a, \$\} \cap \{a, c\} = \{a\}$ ✗

$NG(G) = \{B, C\}$

G'
$S \to BaC \mid Ba \mid aC \mid a$
$B \to bB \mid b$
$C \to Ca \mid a \mid cC \mid c$

---

⑩ G
$S \to SA \mid A$
$A \to a$

$L(G) = a^+$

G non è LL(1) perché ricorsiva sx

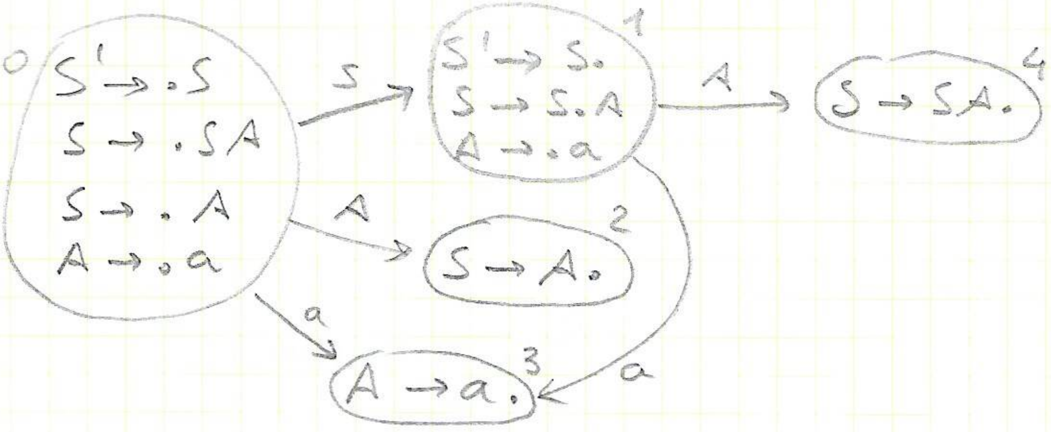
↓

Continue 10

$$S \to \overset{1}{SA} \mid \overset{2}{A}$$

$$A \to a \;\; 3$$

Follow(S) = {a, $}
= Follow(A)



	a	$	S	A
0	s3		g1	g2
1	s3	acc		g4
2	r2	r2		
3	r3	r3		
4	r1	r1		

LR(0)

$$(0,\ \varepsilon,\ aa\$)$$

$$(03,\ \underbrace{a}_{A},\ a\$)$$

$$(0\underbrace{2},\ \underbrace{A}_{S},\ a\$)$$

$$(01,\ S,\ a\$)$$

$$(01\underbrace{3},\ S\underbrace{a}_{A},\ \$)$$

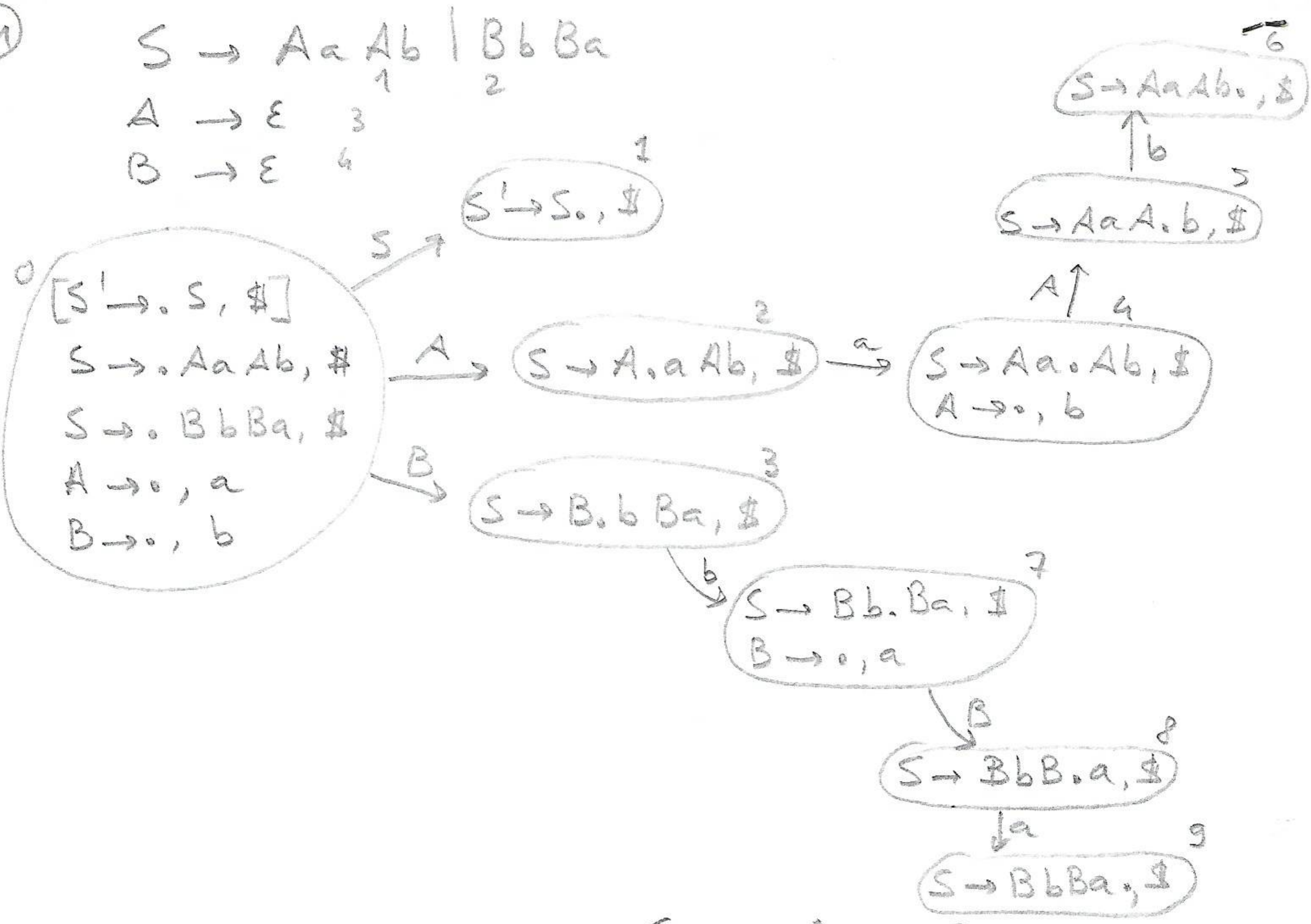
$$(0\underbrace{14},\ \underbrace{SA}_{S},\ \$)$$

$$(01,\ S,\ \$)_{acc}$$

⑪ $S \to AaAb \mid BbBa$ 1 2

$A \to \varepsilon$ 3

$B \to \varepsilon$ 4



	a	b	$	S	A	B
0	r3	r4		g1	g2	g3
1			acc			
2	s4					
3		s7				
4		r3			g5	
5		s6				
6			r1			
7	r4					g8
8	s9					
9			r2			