Corso di Linguaggi di Programmazione — Parziale di fine modulo
Prova scritta **A** del 19 Dicembre 2014.

Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti.

1. La seguente espressione
$$\mathcal{I}^{L_0}_{L_1}(\mathcal{C}^{L_1}_{L_0,L_1}, \mathcal{I}^{L_0}_{L_1})$$
ha senso? Se si, che cosa calcola?

2. Descrivere le regole di semantica operazionale strutturata per l'espressione booleana b_0 `and` b_1, secondo la disciplina di valutazione esterna-destra (ED). Mostrare un esempio di una espressione di quel tipo tale che la valutazione ED e quella ES (esterna-sinistra) non sono uguali.

3. Si consideri il seguente NFA $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$, dove $\Sigma = \{a\}$, $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $F = \{q_3\}$ e la funzione di transizione $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \to \mathcal{P}(Q)$ è cosí definita: $\delta(q_0, a) = \{q_1\}$, $\delta(q_0, \epsilon) = \{q_2, q_3\}$, $\delta(q_1, a) = \{q_0\}$, $\delta(q_1, \epsilon) = \{q_1\}$, $\delta(q_2, a) = \{q_1\}$, $\delta(q_2, \epsilon) = \emptyset$, $\delta(q_3, a) = \emptyset$, $\delta(q_3, \epsilon) = \emptyset$.

   Si fornisca una rappresentazione grafica di M. Si costruisca il DFA M' associato, secondo la costruzione per sottoinsiemi. Qual è il linguaggio riconosciuto da M'?

4. Considerando il DFA M' determinato al punto precedente, si verifichi che M' è minimo; quindi si ricavi da M' la grammatica lineare-destra associata, seguendo la costruzione vista a lezione; infine, si ricavi da quella grammatica l'espressione regolare associata.

5. Classificare il linguaggio $L = \{a^n a^n \mid n \geq 0\}$, ovvero dire se L è regolare, oppure libero ma non regolare, oppure non libero, giustificando adeguatamente la risposta.

6. Dati due DFA $M_1 = (\Sigma, Q_1, \delta_1, q_{01}, F_1)$ e $M_2 = (\Sigma, Q_2, \delta_2, q_{02}, F_2)$ tali che $Q_1 \cap Q_2 = \emptyset$, sia $M = (\Sigma, Q_1 \times Q_2, \delta, (q_{01}, q_{02}), F_1 \times F_2)$ con $\delta((q_1, q_2), a) = (\delta_1(q_1, a), \delta_2(q_2, a))$. Dire se M è un DFA. Qual è il linguaggio riconosciuto da M se $L_1 = L[M_1]$ e $L_2 = L[M_2]$?

7. Dimostrare che il linguaggio $L = \{a^{n^3} \mid n \geq 0\}$ non è regolare. A quale classe appartiene il linguaggio L^*?

8. Mostrare che $L_1 = \{a^n b^m a^n \mid n, m \geq 1\}$ è libero deterministico, costruendo un opportuno DPDA. Sapendo che anche $L_2 = \{a^n b^n a^m \mid n, m \geq 1\}$ è libero deterministico, è vero che $L_1 \cap L_2$ è un linguaggio libero deterministico?

9. Si consideri la seguente grammatica G con simbolo iniziale S:
$$\begin{array}{lcl} S & \to & A\mathtt{c}B \\ A & \to & \epsilon \mid \mathtt{a}A \\ B & \to & \epsilon \mid \mathtt{b}B \mid B\mathtt{c} \end{array}$$
Si calcolino i First e i Follow per tutti i nonterminali. La grammatica G è di classe LL(1)? Si rimuovano le produzioni epsilon per ottenere una grammatica equivalente G' senza produzioni epsilon.

10. Si consideri la grammatica G con simbolo iniziale S:
$$\begin{array}{lcl} S & \to & A\mathtt{a}A\mathtt{b} \mid B\mathtt{b}B\mathtt{a} \\ A & \to & \epsilon \\ B & \to & \epsilon \end{array}$$
(i) Determinare il linguaggio generato $L(G)$. (ii) Verificare se G sia di classe LL(1). (iii) Mostrare che G non è di classe SLR(1).

11. Si consideri la grammatica G con simbolo iniziale S:
$$\begin{array}{lcl} S & \to & SA \mid A \\ A & \to & \mathtt{a} \end{array}$$
(i) Eliminare la ricorsione sinistra immediata, per ottenere una grammatica equivalente G'. (ii) Verificare che G' è di classe LL(1). (iii) Costruire la tabella di parsing LL(1). (iv) Mostrare il funzionamento del parser LL(1) sull'input aa.

A

1) $I^{L_0}_{L_1}\left(\mathcal{C}^{L_1}_{L_0,L_1},\ I^{L_0}_{L_1} \right)$ produce un interprete di tipo $I^{L_1}_{L_1}$ che non serve a niente.

2)
$$\frac{\langle b_1, \sigma\rangle \to \langle b_1', \sigma'\rangle}{\langle b_0 \text{ and } b_1, \sigma\rangle \xrightarrow[ED]{} \langle b_0 \text{ and } b_1', \sigma'\rangle}$$

$$\frac{}{\langle b_0 \text{ and } tt, \sigma\rangle \xrightarrow[ED]{} \langle b_0, \sigma\rangle}$$

$$\frac{}{\langle b_0 \text{ and } ff, \sigma\rangle \xrightarrow[ED]{} \langle ff, \sigma\rangle}$$

L'espressione $b = (3 = (3-5) \text{ and } ff)$ è tale che

è tale che
$$\langle b, \sigma\rangle \xrightarrow[ED]{} \langle ff, \sigma\rangle$$

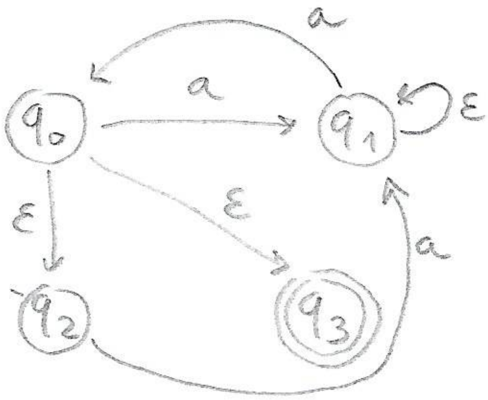
mentre
$$\langle b, \sigma\rangle \not\to_{ES}$$

infatti

$$\cfrac{\cfrac{\langle 3-5, \sigma\rangle \not\to_e}{\langle 3 = (3-5), \sigma\rangle \not\to_b}}{\langle 3 = (3-5) \text{ and } ff, \sigma\rangle \not\to_b}$$

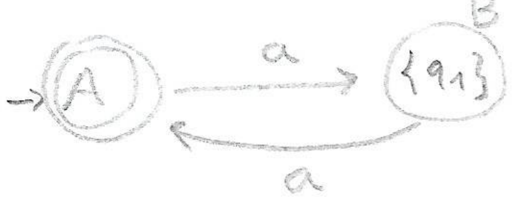
e quindi nessuna transizione è derivabile

3



M

$A = \varepsilon\text{-closure}(q_0) = \{q_0, q_2, q_3\}$



M'

$L[M'] = \{a^{2n} \mid n \geq 0\}$
$= \mathcal{L}[(aa)^*]$

4) È ovviamente minimo.

$A \to aB \mid \varepsilon$
$B \to aA \mid a$

$A \to aaA \mid aa \mid \varepsilon$

$(aa)^*(aa \mid \varepsilon)$

$A \to \varepsilon \mid aB$
$B \to aA$

$A \to \varepsilon \mid aaA$

$(aa)^*\varepsilon$

5) $L = \{a^n a^n \mid n \geq 0\} = \{a^{2n} \mid n \geq 0\} = (aa)^*$

(6)

$$\hat{\delta}((q_{01}, q_{02}), \varepsilon) = (q_{01}, q_{02})$$

$$\hat{\delta}((q_{01}, q_{02}), wa) = \delta((\hat{\delta}_1(q_{01}, w), \hat{\delta}_2(q_{02}, w)), a)$$
$$= (\delta_1(\hat{\delta}_1(q_{01}, w), a), \delta_2(\hat{\delta}_2(q_{02}, w), a))$$
$$= (\hat{\delta}_1(q_{01}, wa), \hat{\delta}_2(q_{02}, wa))$$

$w \in L[M]$ sse $\exists (q_1, q_2) \in F_1 \times F_2$ tale che

$$\hat{\delta}((q_{01}, q_{02}), w) = (q_1, q_2)$$

Ma $\hat{\delta}((q_{01}, q_{02}), w) = (\hat{\delta}_1(q_{01}, w), \hat{\delta}_2(q_{02}, w))$
$= (q_1, q_2)$

$\Rightarrow \hat{\delta}_1(q_{01}, w) = q_1 \in F_1 \quad \wedge \quad \hat{\delta}_2(q_{02}, w) = q_2 \in F_2$

$\Rightarrow w \in L[M_1] \quad \wedge \quad w \in L[M_2]$

cioè $L[M] = L[M_1] \cap L[M_2]$

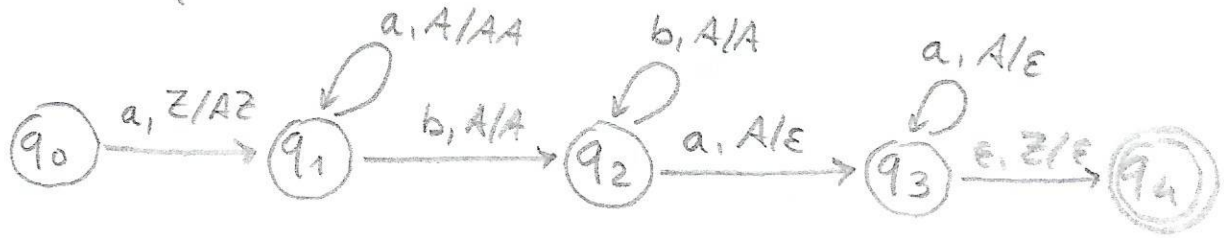
(7) $L = \{a^{n^3} \mid n \geq 0\}$ non è regolare

- Fissiamo N generico
- Scegliamo $z = a^{N^3}$ $\quad (|z| \geq N$ e $z \in L)$
- Per ogni uvw tale che
  - $z = uvw$
  - $|uv| \leq N$
  - $|v| \geq 1$

  abbiamo che $1 \leq |v| \leq N$.
- Allora $\exists k = 2$ tale che $uv^2w \notin L$. Infatti

$$|uvw| = |a^{N^3}| = N^3 < |uv^2w| = |uvw| + |v| \leq N^3 + N <$$
$$N^3 + 3N^2 + 3N + 1 = (N+1)^3 = |a^{(N+1)^3}|$$

⑧ $L_1 = \{a^n b^m a^n \mid n, m \geq 1\}$



$L_2 = \{a^n b^n a^m \mid n, m \geq 1\}$

$L_1 \cap L_2 = \{a^n b^n a^n \mid n \geq 1\}$ che non è libero. Infatti

- Fissiam N
- Scegliam $z = a^N b^N a^N$ $(z \in L, |z| \geq N)$
- Per ogni $uvwxy$ tali che
  - $z = uvwxy$
  - $|vwx| \leq N$
  - $|vx| \geq 1$

$\Rightarrow$ vwx non può contenere sia "a" nel primo gruppo, ~~sia~~ sia "a" del Terzo gruppo

$\Rightarrow$ uv^2wx^2y farà crescere le une e non le altre

$\Rightarrow \notin L.$

$\Rightarrow$ L non libero

---

⑨ $G \left[\begin{array}{l} S \to AcB \\ A \to \varepsilon \mid aA \\ B \to \varepsilon \mid bB \mid Bc \end{array} \right.$

	First	Follow
S	a, c	\$
A	ε, a	c
B	ε, b, c	\$, c

G non è LL(1)

- $First(bB) \cap First(Bc) = \{b\} \cap \{b, c\} = \{b\}$ X
- $Follow(B) \cap First(Bc) = \{\$, c\} \cap \{b, c\} = \{c\}$ X

+ ricorsione sx $B \to Bc$

$N(G) = \{A, B\}$

$S \to AcB \mid Ac \mid cB \mid c$

$A \to aA \mid a$

$B \to bB \mid b \mid Bc \mid c$

(10)

$$G \left[\begin{array}{l} S \to A a \overset{1}{A} b \mid \overset{2}{B} b B a \\ A \to \varepsilon \quad 3 \\ B \to \varepsilon \quad 4 \end{array} \right.$$

$L(G) = \{ab, ba\}$

G è di classe LL(1)

$First(AaAb) \cap First(BbBa) = \{a\} \cap \{b\} = \emptyset$

0

$S' \to .S$
$S \to .AaAb$
$S \to .BbBa$
$A \to .$
$B \to .$

$Follow(A) = \{a, b\}$
$Follow(B) = \{a, b\}$

$\Longrightarrow$ $A \to .$ e $B \to .$ generano conflitto riduci/riduci

$M[0, a] = \{r_3, r_4\}$
$M[0, b] = \{r_3, r_4\}$

---

(11)

$$\left. \begin{array}{l} S \to SA \mid A \\ A \to a \end{array} \right] G \qquad G' \left[\begin{array}{l} S \to AT \\ T \to AT \mid \varepsilon \\ A \to a \end{array} \right.$$

G' è di classe LL(1)

$First(AT) \cap First(\varepsilon) = \{a\} \cap \{\varepsilon\} = \emptyset$
$First(AT) \cap Follow(T) = \{a\} \cap \{\$\} = \emptyset$

	First	Follow
S	a	\$
T	ε, a	\$
A	a	a, \$

	a	$	
S	$S \to AT$		
T	$T \to AT$	$T \to \varepsilon$	
A	$A \to a$		

aa$	S
	AT
	aT
a$	T
	AT
	aT
$	T
	ε ok