

Tempo a disposizione: ore 2.

1. Si diano almeno tre esempi di vincoli sintattici contestuali (detti anche vincoli di semantica statica), cioè vincoli sintattici non esprimibili mediante grammatiche libere.
2. Fissato l'alfabeto  $\{a, b\}$ , si consideri il linguaggio  $L = \{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$ . Si classifichi  $L$  (cioè si dica se è regolare, libero non regolare, non libero). Dimostrare quanto asserito. Inoltre, se  $L$  è un linguaggio regolare, si dia un automa finito che lo riconosce; se  $L$  è libero non regolare, si dia una grammatica che lo genera.

**Sol:** Il linguaggio è libero non regolare. È libero perché ha la grammatica

$$S \rightarrow aSbb \mid \epsilon$$

Che non sia regolare va dimostrato col pumping lemma. Se fosse regolare, sarebbe soddisfatto il PL: supponiamo per assurdo che lo sia, e che  $N$  sia la costante di cui il lemma assicura l'esistenza. Consideriamo la stringa  $z = a^N b^{2N} \in L$  e sia  $z = uvw$  una sua qualsiasi scomposizione, soggetta solo ai vincoli  $|uv| < N$  e  $v \neq \epsilon$ . I due vincoli ci assicurano che  $v = a^h$  per qualche  $h > 0$ . Ma allora il PL assicura che ogni pompaggio di  $v$  appartiene ancora a  $L$ :  $uv^i w \in L$ . Ma questo è assurdo: prendiamo ad esempio  $i = 0$ : la stringa  $uv^0 w = uw = a^{N-h} b^{2N} \notin L$  perché non rispetta più il vincolo che ci siano il doppio di  $b$  rispetto alle  $a$ .

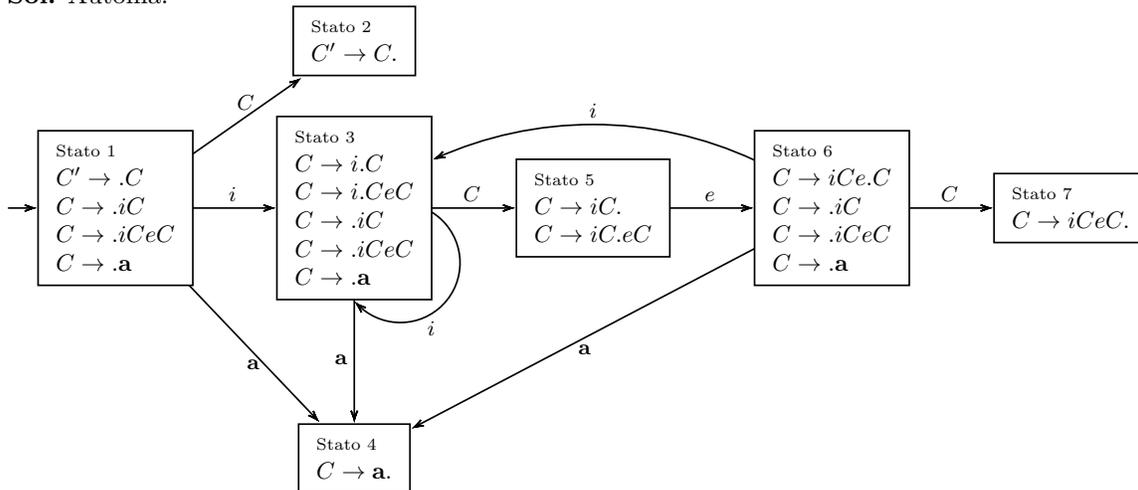
Non son tanti quelli capaci di farlo tutto bene. In particolare, quelli che capiscono che la ripartizione  $uvw$  non la possono scegliere loro, ma è "controproposta" dal lemma...

3. Fissati i terminali  $i, e$  e  $\mathbf{a}$  e il non terminale  $C$ , si consideri la grammatica con produzioni

$$C \rightarrow iC \mid iCeC \mid \mathbf{a}$$

Si dia l'automa LR(0) per questa grammatica; si tratta di una grammatica SLR(1)? Motivare. *Facoltativo:* Può essere LR(1)? Motivare.

**Sol:** Automa:



Non è SLR(1) perché l'elemento  $M[5, e]$  della tabella di parsing SLR(1) ha un conflitto: la transizione etichettata  $e$  dallo stato 5 allo stato 6 inserisce SHIFT 6, mentre l'item  $C \rightarrow iC$  inserisce REDUCE, perché  $\text{FOLLOW}(C) = \{\$, e\}$ .

*Facoltativo:* Non è LR(k) per nessun  $k$ , perché si tratta di una grammatica ambigua.

4. Sappiamo che un certo linguaggio regolare  $L$  è infinito e che  $M$  è un automa finito deterministico che riconosce  $L$ . Quali delle seguenti affermazioni sono certamente vere?  
 (i)  $M$  ha un numero pari di stati; (ii) il grafo di transizione di  $M$  presenta un ciclo; (iii)  $M$  ha un numero dispari di stati; (iv)  $M$  ha un solo stato finale; (v)  $M$  ha un solo stato iniziale; (vi) lo stato iniziale di  $M$  è anche uno stato finale.

**Sol:** Sono vere la (ii) (per avere stringhe infinite) e la (v) che è vera di tutti gli automi finiti. Le altre possono essere vere a seconda dello specifico automa.