Gorrieri cheatsheet

Alessandro Amella

19 dicembre 2023

1 Teoremini

- Una gramm. ricorsiva sx non è LL(k) $\forall k$
- Una gramm. ambigua non è LL(k) $\forall k$
- $\exists L$ lib. det. : $\nexists G$ di classe LL(k): $L = L(G)$ $\forall k$, idem per LR(k)
- Linguaggi lib. det. $\subset$ linguaggi liberi (*strettamente*)
- Una gramm. è LL(1) $\Leftrightarrow$ non ho conflitti nella tabella di parsing LL(1)
- Se L è lib. det. e gode di prefix property $\Leftrightarrow$ L è **LR(0)**
- L regolare $\Rightarrow$ L generabile da gramm. di classe **LL(1)**
- L libero $\Leftrightarrow$ L accettato da PDA
- $L(G)$ **lib. det.** e G non è ambigua $\Leftarrow$ G è **LL(k)** *per qualche* k (**non il contrario**)
- $L(G)$ **lib. det.** e G non è ambigua $\Leftarrow$ G è **LR(k)** *per qualche* k (**non il contrario**)
- L **lib. det.** $\Leftrightarrow$ L accettato per stato finale da DPDA
- L gode di **prefix property** $\Leftrightarrow$ L accettato per pila vuota da DPDA
- L lib. det. $\Rightarrow$ generabile da gramm. non ambigua
- L da gramm. LL(k) $\subset$ L da gramm. SLR(1)

2 Regole di semantica

2.1 Valutazione sinistra / destra / parallela

- **Sx (dx)** = valuto prima argomento a sx (dx), **poi** l'altro (dunque avrò un caso in cui un elemento è da valutare e l'altro è già stato valutato) $\Rightarrow$ deterministico se valutare sx o dx.
- **Parallelo** = regole "specchiate" $\Rightarrow$ **nondeterministico** se sx o dx.

2.2 Valutazione interna / esterna

- **Interno** = prima di dare il risultato valuto tutti gli argomenti.
- **Esterno** = *short circuit evaluation* $\Rightarrow$ ho almeno 1 regola con la quale fornisco il risultato senza aver valutato tutti gli argomenti (*es. nella somma in valutazione ES, se addendo dx è 0, restituisco direttamente addendo sx senza valutarlo: fare la somma sarebbe inutile*).

3 Verifica che la grammatica è ambigua

Devi mostrare, con un albero, che ci sono più modi per arrivare alla stessa espressione. Ad esempio:

$$c ::= y := 2 \mid c; c \mid \text{while tt do } c$$

Posso comporre l'espressione "while tt do $y := 2; y := 2$" in due modi (disegna gli alberi):

$$c \quad \text{while tt do } c \quad \text{while tt do } c; c \quad \text{while tt do } y := 2; y := 2 \tag{1}$$
$$c \quad c; c \quad \text{while tt do } c; c \quad \text{while tt do } y := 2; y := 2 \tag{2}$$

4 Classifica il linguaggio / pumping lemma a rovescio

Qualunque esercizio "classifica il linguaggio se regolare, libero, non libero" ha 2 possibilità:

1. Il linguaggio è regolare $\Rightarrow$ sei fortunato, basta che fornisci una grammatica regolare che lo generi (in teoria anche un'espressione regolare va bene).
2. Il linguaggio è libero $\Rightarrow$ devi fornire una grammatica libera che lo generi e poi dimostrare che non è regolare con il pumping lemma a rovescio.
3. NEWS!! Esame 20/12/2023, NON LIBERO $\Rightarrow$ o pumping theorem (non lemma) a rovescio, sennò pensi a un L generato da espressione regolare tale che l'intersezione non fornisce un linguaggio libero, e di conseguenza neanche il linguaggio dato come consegna è libero.

Esempio di pumping **lemma** a rovescio con $L = \{a^n b^{2m} c^{n+1} \mid n, m \geq 0\}$, scrivi:

- "Fisso $N > 0$ generico."
- Scegli una z che usa come "potenze" la N: "$z = a^N bc^{N+1}, |z| \geq N, z \in L$".
- "$\forall u, v, w$ tali che $z = uvw$, $|uv| \leq N$, $|v| \geq 1$ devo avere $v = a^j$ $\forall j \geq 1$"
- "Ma $\exists k = 2 : uv^2w = a^{N+j}bc^{N+1} \notin L$" (più aumento j più a avrò rispetto a c)
- "$\Rightarrow L$ non è regolare"

5 Chiusura

ez teorema: L_1 regolare $\cap$ L_2 libero $\rightarrow$ L_3 libero

	Intersez. $\cap$	Unione $\cup$	Concat. $\cdot$	Complem. $\overline{L}$	Differenza $\setminus$	Ripetiz. *
Regolari	Sì	Sì	Sì	Sì	Sì	Sì
Liberi	No	Sì	Sì	No	No	Sì
Lib. det.	No	No	Sì	Sì	No	Sì

Esempio

Se L_1 è regolare e L_2 libero deterministico, cos'è $L_1 \setminus L_2 = \{w \mid w \in L_1 \land w \notin L_2\}$?

Risposta: libero deterministico, perché $L_1 \setminus L_2 = L_1 \cap \overline{L}_2$ e:

- I ling. regolari sono chiusi per complementazione: L_2 regolare $\Rightarrow \overline{L}_2$ regolare.
- Per **ez teorema**: L_1 libero $\cap\ \overline{L}_2$ regolare $\rightarrow$ ling. libero.

$\Rightarrow L_1 \cap \overline{L}_2$ è libero deterministico.

6 First e follow

I first sono semplicemente il primo carattere di ogni produzione di un NT:

$$A \rightarrow \alpha_1 \mid ... \mid \alpha_k$$

$$\text{allora first}(A) := \text{first}(\alpha_1) \cup ... \cup \text{first}(\alpha_k)$$

Ho che first$(x\beta)$:= first(x), e se x può essere ε ci aggiungo anche i first di β.

Per i follow la fola è più difficile:

- Per ogni prod. $x \rightarrow \alpha y \beta$:

$$\text{follow}(y) := \text{follow}(y) \cup (\text{first}(\beta) \setminus \{\varepsilon\})$$

- Per ogni prod. $x \rightarrow \alpha y$ o $x \rightarrow \alpha y \beta$ t.c. $\varepsilon \in \text{first}(\beta)$:

$$\text{follow}(y) := \text{follow}(y) \cup \text{follow}(x)$$

Spiegazione follow

Prendendo per esempio il follow di B in $A \rightarrow BC$, devi ricordarti:

- Il follow di B sarà il first di C (pensa: dopo B c'è C, dunque quello che *followa* B è il primo carattere di C, ossia first(C)).
- **Se** dopo la B non c'è niente (la produzione è $A \rightarrow B$) **oppure** $\varepsilon \in \text{first}(C)$ (dunque la produzione *potrebbe* diventare $A \rightarrow B$), **allora** a follow(B) ci devi anche aggiungere il follow di A (la testa della produzione).

Esempio

1. $S \to AC$
2. $A \to \varepsilon \mid aSA$
3. $B \to \varepsilon \mid bB$
4. $C \to cc \mid cBC$

NT	First	Follow
S	a, c, ε	\$, a
A	a, ε	c
B	b, ε	c
C	c	\$, a

6.1 Verificare che L è LL(1)

G è LL(1) $\Leftrightarrow \forall$ produz. distinte con la stessa testa $A \to \alpha \mid \beta$ si ha che:

1. $\text{first}(\alpha) \cap \text{first}(\beta) = \emptyset$
2. 2.a. $\varepsilon \in \text{first}(\alpha) \Rightarrow \text{first}(\beta) \cap \text{follow}(A) = \emptyset$

   2.b. $\varepsilon \in \text{first}(\beta) \Rightarrow \text{first}(\alpha) \cap \text{follow}(A) = \emptyset$

Esempio

1. $S \to AA \mid bB$
2. $A \to a \mid \varepsilon$
3. $B \to b \mid \varepsilon$

NT	First	Follow
S	a, b, ε	\$
A	a, ε	$a, \$$
B	b, ε	\$

1. $S \to AA \mid bB$: $\text{first}(AA) \cap \text{first}(bB) = \{\varepsilon, a\} \cap \{b\} = \emptyset$ ok
2.

   2.a. $\varepsilon \in \text{first}(AA) \Rightarrow \text{first}(bB) \cap \text{follow}(S) = \{b\} \cap \{\$\} = \emptyset$ ok

   2.b. $\varepsilon \notin \text{first}(bB)$ ok

1. $A \to a \mid \varepsilon$: $\text{first}(a) \cap \text{first}(\varepsilon) = \emptyset$ ok
2.

   2.a. $\varepsilon \in \text{first}(\varepsilon) \Rightarrow \text{first}(a) \cap \text{follow}(A) = \{a\} \cap \{a, \$\} = \{a\} \neq \emptyset$ nop!!

$\Rightarrow$ La grammatica NON è LL(1).