Se

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

Allora:

- a. $K_2(A) = 3.$ ✔
- b. $K_2(A) = -3.$
- c. $K_2(A) = -6.$

La risposta corretta è: $K_2(A) = 3.$

Un problema definito dalla matrice A è **mal condizionato** se:

- a. $K(A)$ è nullo.
- b. $K(A)$ è grande. ✔
- c. $K(A)$ è negativo.

La risposta corretta è: $K(A)$ è grande.

Se il vettore $v = (10^6, 5)^T$ è approssimato dal vettore $\tilde{v} = (999998, 2)^T$, allora in $||\cdot||_\infty$ l'errore relativo tra v e $\tilde{v}$ è:

- a. $2 \cdot 10^{-6}$.
- b. Nessuna delle precedenti.
- c. $3 \cdot 10^{-6}$. ✔

La risposta corretta è: $3 \cdot 10^{-6}$.

Sia $Ax = b$ un sistema lineare. Quale delle seguenti affermazioni è corretta:
($\Delta x =$ errore su x, $\Delta b =$ errore su b)

- a. Nessuna delle precedenti.
- b. $\frac{||\Delta b||}{||b||} \leq ||A||||A^{-1}|| \frac{||\Delta x||}{||x||}$
- c. $\frac{||x||}{||\Delta x||} \leq ||A||||A^{-1}|| \frac{||b||}{||\Delta b||}$ ✖

La risposta corretta è: Nessuna delle precedenti.

Sia $\Pi(x)$ il polinomio che interpola i punti $(x_i, f(x_i))$, con $i = 0, \ldots, n$. Vale:

- a. Se $n \to \infty$ dell'errore $\Pi(x) - f(x) \to 0.$
- b. Nessuna delle precedenti. ✔
- c. Se $n \to \infty$ dell'errore $\Pi(x) - f(x) \to \infty.$

La risposta corretta è: Nessuna delle precedenti.

Le funzioni di Lagrange $\psi_k(x)$ per costruire il polinomio di interpolazione di $n+1$ punti sono:

- a. Nessuna delle precedenti.
- b. Polinomi di grado $\geq n$.
- c. Polinomi lineari a tratti.

La risposta corretta è: Nessuna delle precedenti.

Sia $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ funzione differenziabile strettamente convessa . Vale:

- a. Se $\nabla f(x^*) = 0$ allora x^* è un punto di minimo o massimo globale. ✖
- b. Se $\nabla f(x^*) = 0$ allora x^* è un punto di minimo globale.
- c. Se $\nabla f(x^*) = 0$ allora x^* è un punto di massimo globale.

La risposta corretta è: Se $\nabla f(x^*) = 0$ allora x^* è un punto di minimo globale.

Sia $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ differenziabile. Vale:

- a. Se x^* è un minimo globale per f allora $\nabla f(x^*) = 0.$ ✔
- b. Nessuna delle precedenti.
- c. Se $\nabla f(x^*) = 0$ allora x^* è un minimo locale per f.

La risposta corretta è: Se x^* è un minimo globale per f allora $\nabla f(x^*) = 0.$

Se A è una matrice $n \times n$ definita positiva, allora:

- a. A è simmetrica.
- b. Gli autovalori di A sono tutti positivi. ✔
- c. Gli autovalori di A sono tutti non negativi.

La risposta corretta è: Gli autovalori di A sono tutti positivi.

Se U è una matrice $n \times n$ ortogonale allora:

- a. U è simmetrica.
- b. Nessuna delle precedenti. ✔
- c. U è definita positiva.

La risposta corretta è: Nessuna delle precedenti.

Sia

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Allora:

- a. La norma-2 di A è $||A||_2 = 2.$
- b. La norma-2 di A è $||A||_2 = 2.$
- c. La norma-2 di A è $||A||_2 = 4.$ ✔

La risposta corretta è: La norma-2 di A è $||A||_2 = 4.$

Se

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Allora:

- a. La norma-2 di A è $||A||_2 = 3.$ ✔
- b. La norma-2 di A è $||A||_2 = 0.$
- c. La norma-2 di A è $||A||_2 = 1.$

La risposta corretta è: La norma-2 di A è $||A||_2 = 3.$

Siano $x = 3.89167$ e $y = 0.4567$.
Quanto vale e $z = x + y$ in $\mathcal{F}(10, 5, -5, 5)$?

- a. 0.43473×10^0.
- b. $4.3483 \times 10.$
- c. 0.43473×10^1. ✔

La risposta corretta è: 0.43473×10^1.

La precisione macchina ϵ puo' essere definita come:

- a. Il più piccolo numero ϵ tale che $fl(1+\epsilon) > 1.$ ✔
- b. Il più piccolo numero ϵ tale che $fl(1+\epsilon) = 1.$
- c. Nessuna delle precedenti.

La risposta corretta è: Il più piccolo numero ϵ tale che $fl(1+\epsilon) > 1.$

Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita come $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$, scelta come iterata iniziale del metodo del gradiente $x^{(0)} = (1,1)^T$ e $\alpha = 1/2$, allora:

- a. $x^{(1)} = (2,2)^T$.
- b. $x^{(1)} = (3/2, 3/2)^T$.
- c. $x^{(1)} = (0,0)^T$. ✔

La risposta corretta è: $x^{(1)} = (0,0)^T$.

Il metodo di discesa del gradiente:

- a. Se α è scelto opportunamente, $f \in \mathcal{C}^1$, per ogni x_0, converge sempre ad un punto stazionario di $f(x)$.
- b. Converge sempre ad un minimo di $f(x)$. ✖
- c. Se α è scelto opportunamente, $f \in \mathcal{C}^1$, per x_0, converge sempre ad un minimo di $f(x)$.

La risposta corretta è: Se α è scelto opportunamente, $f \in \mathcal{C}^1$, per ogni x_0, converge sempre ad un punto stazionario di $f(x)$.

Un problema lineare ai minimi quadrati $min||Ax - b||_2^2$, con A matrice $m \times n$ con $m > n$, ha una e una sola soluzione se:

- a. $rg(A) = m.$
- b. $rg(A) = n$. ✔
- c. Sempre.

La risposta corretta è: $rg(A) = n$.

Sia A matrice $m \times n$ con $(m > n)$ e $rg(A) = k < n$, allora il problema lineare ai minimi quadrati $min||Ax - b||_2^2$:

- a. Ha una e una sola soluzione.
- b. Ha infinite soluzioni. ✔
- c. Non ammette soluzioni.

La risposta corretta è: Ha infinite soluzioni.

La fattorizzazione di Gauss $A = LR$:

- a. Nessuna delle precedenti.
- b. Esiste solo se A $m \times n$ è non singolare ✖
- c. Puo' non esistere anche se A $m \times n$ non singolare.

La risposta corretta è: Puo' non esistere anche se A $m \times n$ non singolare.

La fattorizzazione di Gauss con pivoting $(PA = LR)$ esiste:

- a. Per ogni matrice A $n \times n$ non singolare. ✔
- b. Nessuna delle precedenti.
- c. Per ogni matrice A $n \times n$.

La risposta corretta è: Per ogni matrice A $n \times n$ non singolare.

Sia

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- a. Il metodo di Gauss-Seidel e il metodo di Jacobi convergono. ✔
- b. Il metodo di Gauss-Seidel e il metodo di Jacobi non convergono.
- c. Il metodo di Jacobi è convergente quello di Gauss-Seidel no.

La risposta corretta è: Il metodo di Gauss-Seidel e il metodo di Jacobi convergono.

La decomposizione in valori singolari della matrice A esiste :

- a. Solo se la matrice è quadrata.
- b. Solo se la matrice ha rango massimo.
- c. Sempre. ✔

La risposta corretta è: Sempre.

Siano $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq \ldots \geq \sigma_n$ i valori singolari di A allora :

- a. $K_2(A) = \frac{\sigma_1}{\sigma_n}$ ✔
- b. $K_2(A) = \frac{\sigma_n}{\sigma_1}$
- c. Nessuna delle precedenti.

La risposta corretta è: $K_2(A) = \frac{\sigma_1}{\sigma_n}$