Se A è una matrice $n \times n$, quale delle seguenti affermazioni è errata ?

- a. $K(A) = ||A||||A^{-1}||.$
- b. Nessuna delle precedenti. ✔
- c. $K(A) \geq 1.$

La risposta corretta è: Nessuna delle precedenti.

Se

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

Allora:

- a. $K_2(A) = 3.$
- b. $K_2(A) = -3.$
- c. $K_2(A) = -6.$

Il mal condizionamento di un sistema lineare è dovuto a:

- a. Nessuna delle precedenti.
- b. Errore inerente.
- c. Errore algoritmico.

La risposta corretta è: Errore inerente.

Se il vettore $v = (10^6, 1)^T$ è approssimato dal vettore $\tilde{v} = (999996, 1)^T$, allora in $|| \cdot ||_\infty$ l'errore relativo tra v e $\tilde{v}$ è:

- a. Nessuna delle precedenti.
- b. 4.
- c. $4 \cdot 10^{-6}$.

La risposta corretta è: $4 \cdot 10^{-6}$.

Dati $n+1$ punti $\{x_i, y_i\}$, $i = 0, \dots, n$:

- a. Esistono infiniti polinomi di interpolazione di grado $\geq n$.
- b. Esistono due polinomi di interpolazione di grado $\leq n$.
- c. Esiste un solo polinomio di interpolazione di grado $\leq n$. ✓

La risposta corretta è: Esiste un solo polinomio di interpolazione di grado $\leq n$.

Le funzioni di Lagrange $\psi_k(x)$ per costruire il polinomio di interpolazione di $n+1$ punti sono:

- a. Polinomi di grado n.
- b. Nessuna delle precedenti.
- c. Polinomi di grado $n+1$.

La risposta corretta è: Polinomi di grado n.

Sia $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ differenziabile. Vale:

- a. Nessuna delle precedenti.
- b. Se $\nabla f(x^*) = 0$ allora x^* è un punto di massimo o minimo locale.
- c. Se $\nabla f(x^*) = 0$ allora x^* è un punto di massimo o minimo globale.

La risposta corretta è: Nessuna delle precedenti.

Sia $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ funzione convessa . Vale:

a. Nessuna delle precedenti

b. Ogni punto di minimo locale è globale.

c. f ha un solo punto di minimo glogale.

La risposta corretta è: Ogni punto di minimo locale è globale.

Se A è una matrice $n \times n$ tale che $det(A) = 0$ allora:

- a. A è non singolare.
- b. A è simmetrica.
- c. A è singolare.

La risposta corretta è: A è singolare.

Se U è una matrice $n \times n$ ortogonale allora:

- a. Nessuna delle precedenti.
- b. U è definita positiva.
- c. U è simmetrica.

risposta corretta è: Nessuna delle precedenti.

Data la matrice:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

calcolare $||A||_\infty$ e $||A||_1$.

- a. Nessuna delle precedenti.
- b. $||A||_\infty = 3 \qquad ||A||_1 = 2$
- c. $||A||_\infty = 7 \qquad ||A||_1 = 8$

La risposta corretta è: $||A||_\infty = 7 \qquad ||A||_1 = 8$

Sia

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Allora:

- a. La norma-2 di A è $||A||_2 = 2$.
- b. La norma-2 di A è $||A||_2 = 2$.
- c. La norma-2 di A è $||A||_2 = 4$.

Usando la notazione scientifica normalizzata con base $\beta = 10$, se $x = 0.006$, allora:

- a. La mantissa di x è 0.6 e la parte esponenziale è 10^{-2}.
- b. Nessuna delle precedenti.
- c. La mantissa di x è 6 e la parte esponenziale è 10^{-3}.

La risposta corretta è: La mantissa di x è 0.6 e la parte esponenziale è 10^{-2}.

Il sistema Floating Point $\mathcal{F}(2, 3, -2, 1)$ contiene:

- a. 18 numeri.
- b. 34 numeri.
- c. Nessuna delle precedenti.

La risposta corretta è: Nessuna delle precedenti.

Il metodo di discesa del gradiente:

- a. Se α è scelto opportunamente, $f \in \mathcal{C}^1$, per ogni x_0, converge sempre ad un punto stazionario di $f(x)$. ✔
- b. Converge sempre ad un minimo di $f(x)$.
- c. Se α è scelto opportunamente, $f \in \mathcal{C}^1$, per x_0, converge sempre ad un minimo di $f(x)$.

La risposta corretta è: Se α è scelto opportunamente, $f \in \mathcal{C}^1$, per ogni x_0, converge sempre ad un punto stazionario di $f(x)$.

Una direzione p_k è di discesa per $f(x_k)$ se:

- a. $p_k^T \nabla f(x_k) < 0$
- b. $p_k \nabla f(x_k) < 0$
- c. $p_k^T \nabla f(x_k) = 0$

La risposta corretta è: $p_k^T \nabla f(x_k) < 0$

Siano $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq \ldots \geq \sigma_n$ i valori singolari di A allora :

- a. $||A||_2 = \sigma_n$
- b. $||A||_F = \sigma_1$
- c. $||A||_2 = \sigma_1$

La risposta corretta è: $||A||_2 = \sigma_1$

Un problema lineare ai minimi quadrati $min||Ax - b||_2^2$, con A matrice $m \times n$ con $m > n$, ha almeno una soluzione se:

- a. $rg(A) \leq n$.
- b. Entrambe le precedenti.
- c. $rg(A) = n$.

La risposta corretta è: Entrambe le precedenti.

Il costo computazionale della fattorizzazione di Gauss $A = LR$, con A $n \times n$, è di:

- a. $O\left(\frac{n^3}{3}\right)$
- b. $O\left(\frac{n^5}{3}\right)$
- c. $O\left(\frac{n}{3}\right)$

La risposta corretta è: $O\left(\frac{n^3}{3}\right)$

La fattorizzazione di Gauss con pivoting $(PA = LR)$ esiste:

- a. Per ogni matrice A $n \times n$.
- b. Per ogni matrice A $n \times n$ non singolare.
- c. Nessuna delle precedenti.

La risposta corretta è: Per ogni matrice A $n \times n$ non singolare.

Sia

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 3 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 5 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

- a. Il metodo di Gauss-Seidel è convergente per ogni termine noto b.
- b. Il metodo di Gauss-Seidel è convergente solo per alcuni termini noti b.
- c. Il metodo di Gauss-Seidel non converge per ogni termine noto b.

La risposta corretta è: Il metodo di Gauss-Seidel è convergente per ogni termine noto b.