Se A è una matrice quadrata $n \times n$ mal condizionata, allora:

- a. $K(A)$ è molto grande.
- b. $||A^{-1}||$ è molto grande.
- c. $||A||_2$ è molto grande.

La risposta corretta è: $K(A)$ è molto grande.

Se

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Allora:

- a. $K_2(A) = 2$.
- b. $K_2(A) = 4$.
- c. $K_2(A) = \frac{4}{3}$.

La risposta corretta è: $K_2(A) = 2$.

Sia $Ax = b$ un sistema lineare. Quale delle seguenti affermazioni è corretta:

($\Delta x =$ errore su x, $\Delta b =$ errore su b)

- a. Nessuna delle precedenti.
- b. $\frac{||x||}{||\Delta x||} \geq ||A||||A^{-1}||\frac{||b||}{||\Delta b||}$
- c. $\frac{||\Delta x||}{||x||} \geq ||A||||A^{-1}||\frac{||\Delta b||}{||b||}$

La risposta corretta è: Nessuna delle precedenti.

Se il vettore $v = (10^6, 1)^T$ è approssimato dal vettore $\tilde{v} = (999996, 1)^T$, allora in $||\cdot||_\infty$ l'errore relativo tra v e $\tilde{v}$ è:

- a. Nessuna delle precedenti.
- b. $4 \cdot 10^{-6}$.
- c. 4.

La risposta corretta è: $4 \cdot 10^{-6}$.

Dati $n+1$ punti $\{x_i, y_i\}$, $i = 0, \ldots, n$, il polinomio di interpolazione $p(x)$:

- a. Nessuna delle precedenti.
- b. ha grado $> n$.
- c. ha grado $= n+1$.

La risposta corretta è: Nessuna delle precedenti.

Dati $n+1$ punti $\{x_i, y_i\}$, $i = 0, \ldots, n$, il polinomio di interpolazione nella forma di Lagrange ha coefficienti:

- a. Nessuna delle precedenti.
- b. Uguali ai valori y_i.
- c. Che si calcolano risolvendo un sistema lineare.

La risposta corretta è: Uguali ai valori y_i.

Sia $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ funzione convessa . Vale:

- a. Se $\nabla f(x^*) = \mathbf{0}$ allora x^* è un punto di minimo globale.
- b. Nessuna delle precedenti.
- c. Se $\nabla f(x^*) = \mathbf{0}$ allora x^* è un punto di minimo locale.

La risposta corretta è: Se $\nabla f(x^*) = \mathbf{0}$ allora x^* è un punto di minimo globale.

Sia $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ derivabile:

- a. $\nabla f(x^*) = \mathbf{0}$ è condizione necessaria e sufficiente affinche x^* sia un punto di minimo.
- b. $\nabla f(x^*) = \mathbf{0}$ è condizione necessaria e sufficiente affinche x^* sia un punto stazionario.
- c. $\nabla f(x^*) = \mathbf{0}$ è condizione necessaria e sufficiente affinche x^* sia un punto di massimo.

La risposta corretta è: $\nabla f(x^*) = \mathbf{0}$ è condizione necessaria e sufficiente affinche x^* sia un punto stazionario.

Sia A una matrice $n \times n$ simmetrica, allora:

- a. $A = A^{-1}$
- b. $A = A^T$
- c. $I = AA^{-1}$

La risposta corretta è: $A = A^T$

Se U è una matrice $n \times n$ ortogonale allora:

- a. U è non singolare.
- b. Nessuna delle precedenti.
- c. U è simmetrica.

La risposta corretta è: U è non singolare.

Sia

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Allora:

- a. La norma-2 di A è $||A||_2 = 4$. ✔
- b. La norma-2 di A è $||A||_2 = 2$.
- c. La norma-2 di A è $||A||_2 = 2$.

La risposta corretta è: La norma-2 di A è $||A||_2 = 4$.

Se A è una matrice quadrata $n \times n$, allora:

- a. $||A||_2 = \max_i \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|$.
- b. Sono entrambe esatte.
- c. $||A||_\infty = \max_i \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|$. ✔

La risposta corretta è: $||A||_\infty = \max_i \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|$.

Nel sistema Floating Point $\mathcal{F}(10, 2, -2, 2)$, se $x = \pi$, $w = e$, e $z = fl(x) * fl(w)$, allora:

- a. $fl(z) = 0.0837 \times 10^2$.
- b. $fl(z) = 0.837 \times 10^1$.
- c. $fl(z) = 0.84 \times 10^1$.

La risposta corretta è: $fl(z) = 0.84 \times 10^1$.

Usando la notazione scientifica normalizzata con base $\beta = 10$, se $x = 282.94$, allora:

- a. La mantissa di x è 0.28294 e la parte esponenziale è 10^3.
- b. Nessuna delle precedenti.
- c. La mantissa di x è 2.8294 e la parte esponenziale è 10^2.

La risposta corretta è: La mantissa di x è 0.28294 e la parte esponenziale è 10^3.

Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita come $f(x_1, x_2) = x_1 e^{x_2}$, scelta come iterata iniziale del metodo del gradiente $x^{(0)} = (0,0)^T$ e $\alpha = 1$, allora:

- a. $x^{(1)} = (1,0)^T$.
- b. $x^{(1)} = (-1,0)^T$. ✔
- c. $x^{(1)} = (0,0)^T$.

La risposta corretta è: $x^{(1)} = (-1,0)^T$.

Il metodo di discesa del gradiente trova la soluzione del seguente problema di ottimizzazione

$$\min_x f(x)$$

- a. Generando una sequenza $\{x_k\}_k$ tale che, dato x_0, l'iterata x_{k+1} è calcolata come $x_{k+1} = x_k + \alpha \nabla f(x_k)$ per $\alpha > 0$ lunghezza del passo.
- b. Generando una sequenza $\{x_k\}_k$ tale che, dato x_0, l'iterata x_{k+1} è calcolata come $x_{k+1} = x_k - \alpha \nabla f(x_k)$ per $\alpha > 0$ lunghezza del passo. ✔
- c. Generando una sequenza $\{x_k\}_k$ tale che, dato x_0, l'iterata x_{k+1} è calcolata come $x_{k+1} = x_k - \alpha \nabla f(x_k)$ per $\alpha \neq 0$ lunghezza del passo.

La risposta corretta è: Generando una sequenza $\{x_k\}_k$ tale che, dato x_0, l'iterata x_{k+1} è calcolata come $x_{k+1} = x_k - \alpha \nabla f(x_k)$ per $\alpha > 0$ lunghezza del passo.

Il problema lineare ai minimi quadrati $min||Ax-b||_2^2$ ha equazioni normali:

- a. $Ax = A^T b$
- b. $Ax = b$
- c. $A^T Ax = A^T b$

La risposta corretta è: $A^T Ax = A^T b$

Sia A matrice $m \times n$ con $(m > n)$ e $rg(A) = k = n$, allora la soluzione del problema lineare ai minimi quadrati $min||Ax-b||_2^2$:

- a. è soluzione del sistema $A^T Ax = A^T b$.
- b. è soluzione del sistema $AA^T x = A^T b$.
- c. è soluzione del sistema $A^T Ax = Ab$.

La risposta corretta è: è soluzione del sistema $A^T Ax = A^T b$.

Ogni matrice A $n \times n$ simmetrica e definita positiva è fattorizabile come $A = LL^T$:

- a. con L matrice triangolare superiore. ✖
- b. con L matrice triangolare inferiore.
- c. con L matrice diagonale

La risposta corretta è: con L matrice triangolare inferiore.

Sia A $n \times n$, il raggio spettrale è:

- a. è il massimo autovalore di A. ✖
- b. è il massimo autovalore in modulo di A.
- c. è il massimo autovalore in modulo di A^T.

La risposta corretta è: è il massimo autovalore in modulo di A.

Sia

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 2 & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

a. Il metodo di Jacobi è convergente quello di Gauss-Seidel no.

b. Il metodo di Gauss-Seidel e il metodi di Jacobi non convergono.

c. Il metodo di Gauss-Seidel e il metodi di Jacobi convergono. ✔

La risposta corretta è: Il metodo di Gauss-Seidel e il metodi di Jacobi convergono.

I valori singolari sono tutti:

a. Strettamente positivi (> 0). ✖

b. Positivi o negativi, mai nulli ($\neq 0$).

c. Non negativi (≥ 0).

La risposta corretta è: Non negativi (≥ 0).

Se $A = U\Sigma V^T$ è la decomposizione SVD $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$, allora l'approssimazione di rango k, definita come $\hat{A}(k)$, soddisfa:

- a. $||A - \hat{A}(k)||_2 = \sigma_k$.
- b. $||A - \hat{A}(k)||_F = \sigma_{k+1}$.
- c. $||A - \hat{A}(k)||_2 = \sigma_{k+1}$.

La risposta corretta è: $||A - \hat{A}(k)||_2 = \sigma_{k+1}$.