Assegnati N punti equispaziati della seguente funzione:
$f(x) = x\exp(x), \quad x \in [-1, 1]$
calcolare i coefficienti del polinomio $p(x) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \cdots + \alpha_n x^n$ di grado $n \in \mathbb{N}$ fissato che approssima i punti ai minimi quadrati.
Se definisce quindi una matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_N & x_N^2 & \dots & x_N^n \end{bmatrix}$$

E i vettori

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} \qquad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}$$

Reimpostando il problema con la formulazione ai minimi quadrati e risolvendo quindi il problema

$$\min_{\alpha} ||A\alpha - y||_2^2$$

si calcolano i coefficienti α del polinomio.
Per risolvere il sistema lineare ottenuto, utilizzare un solutore basato sulla fattorizzazione LU.
Fissare $N = 10$ e variare n come indicato.

- Per ciascun valore di $n \in \{1, 2, 3\}$, creare una unica figura con il grafico della funzione esatta $f(x)$ insieme a quello del polinomio di approssimazione $p(x)$. Evidenziare anche gli N punti noti.
- Per ciascun valore di $n \in \{1, 2, 3\}$ calcolare l'errore in norma 2 commessi nel punto $x = 0$.
- Calcolare norma 2 dell'errore di approssimazione, commesso sugli N nodi, per ciascuna prova.