Formulario di calcolo delle probabilita e statistica

Alessandro Frau
Calcolo delle probabilita e statistica 04642

October 27, 2024

Contents

1 Spazi di probabilita

1.1 Formula di Laplace

dato un qualunque evento A, vale la formula di Laplace

$$P(A) = \frac{n^o \text{ di eventi elementari che compongono a}}{N} = \frac{\text{casi favorevoli}}{\text{casi possibili}}$$

1.2 Formula dell'unione di due eventi

Siano A e B due eventi qualunque (non necessariamente disgiunti), allora

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

2 Probabilita' condizionata e eventi indipendenti

2.1 Formula probabilita' condizionata

Siano A e B due eventi con P(B) > 0. La probabilita' condizionata (o condizionale) di A dato B e'

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Che puo essere letta anche come

$$P(A|B) = \frac{\text{probabilita' dei "veri" casi favorevoli}}{\text{probabilita' dei "veri" casi possibili}}$$

Nel caso in cui lo spazio campionario sia finito e gli esiti siano equiprobabili, dunque P e' uniforme, allora

$$P(A|B) = \frac{\text{numero dei "veri" casi favorevoli}}{\text{numero dei "veri" casi possibili}}$$

In altri termini, questa formula viene utilizzata spesso in questa forma

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$$

2.2 Regola della catena (formula della probabilita' composta)

Dati n eventi $A_1, A_2, ..., A_n$, con $P(A_1 \cap ... \cap A_{n-1}) > 0$, vale la regola della catena:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_n) = P(A_n|A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_{n-1})...P(A_2|A_1)P(A_1)$$

2.3 Eventi indipendenti

Due eventi A e B si dicono indipendenti se

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

Un altro modo per scrivere che due simboli sono indipendenti e'

$$A \perp\!\!\!\perp B$$

2.4 Formula delle probabilita' totali

Sia $B_1, ..., B_n$ una partizione di Ω. Allora per ogni evento A vale la formula:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A \cap B_i)$$

Se inoltre si ha che $P(B_i) > 0$ per ogni $i = 1, ..., n$ allora vale che

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A|B_i)P(B_i)$$

2.5 Formula di Bayes

Siano A e B due eventi tali che $P(A) > 0$ e $P(B) > 0$, allora vale la formula

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}$$

3 Calcolo combinatorio e variabili aleatorie

3.1 Metodo delle scelte successive

Supponiamo che ciascun elemento di un insieme A possa essere determinato tramite una e una sola sequenza di k scelte successive, in cui ogni scelta viene effettuata tra un numero fissato di possibilita' (tale numero di possibilita', qui di seguito indicato con $n_1, n_2, ..., n_k$, non dipende dalle scelte precedenti ma solo da k).
Allora la cardinalita' di A e':

$$|A| = n_1 \cdot n_2 \cdot ... \cdot n_k$$

3.2 Disposizioni con ripetizione

Siano E un insieme con $|E| = n$ e $k \in N$. Indichiamo con $DR_{n,k}$ l'insieme delle disposizioni con ripetizione di k elementi di E, ossia l'insieme di tutte le sequenze ordinate di k elementi di E, non necessariamente distinti. La cardinalita' di tale insieme e':

$$|DR_{n,k}| = n^k$$

3.3 Disposizioni semplici

Siano E un insieme con $|E| = n$ e $k \leq n$. Indichiamo con $D_{n,k}$ l'insieme delle disposizioni semplici (o senza ripetizione) di k elementi di E, ossia l'insieme di tutte le sequenze ordinate di k elementi distinti di E. La cardinalita' di tale insieme e':

$$|D_{n,k}| = \frac{n!}{(n-k)!}$$

3.4 Permutazioni

Sia E un insieme con $|E| = n$. Indichiamo con P_n l'insieme delle permutazioni degli n elementi di E, ossia l'insieme $D_{n,n}$. La cardinalita' di P_n e' dunque pari a:

$$|P_n| = |D_{n,n}| = n!$$

3.5 Combinazioni

Siano E un insieme con $|E| = n$ e $k \leq n$. Indichiamo con $C_{n,k}$ l'insieme delle combinazioni (semplici o senza ripetizione) di k elementi di E, ossia la famiglia dei sottoinsiemi di E di cardinalita' k:

$$|C_{n,k}| = \binom{n}{k}$$