

Corso di Laurea in Informatica

Prova scritta di Analisi Matematica (I Modulo)

1 Febbraio 2023

Risolvere gli esercizi seguenti, scrivendo e motivando dettagliatamente il procedimento seguito. Soluzioni prive di calcoli e spiegazioni **NON SARANNO VALUTATE**.

Esercizio 1(pt. 9)

Sia data la funzione $\mathcal{D}(f) \rightarrow \mathbf{R}$

$$f(x) = \ln \frac{x^2 + 4}{x}.$$

- I Disegnare il suo grafico (dominio di f , limiti ai bordi del dominio di f , zeri e segno della derivata prima).
- II Calcolare l'immagine di f sul suo dominio naturale $\mathcal{D}(f)$.
- III Stabilire per quali $K \in \mathbf{R}$ l'equazione $f(x) = K$ ha un'unica soluzione.

Esercizio 2(pt. 6)

Sapendo che, per $t \rightarrow 0$,

- $\cos t = 1 - \frac{1}{2!}t^2 + \frac{1}{4!}t^4 - \frac{1}{6!}t^6 + o(t^6)$,
- $(1+t)^\alpha = 1 + \alpha t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}t^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}t^3 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)(\alpha-3)}{4!}t^4 + o(t^4)$.

calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x^2 + \frac{2}{3}x^4} - \cos(2x + x^3) - x^2}{x^4}$$

Risposta:

CALCOLARE gli sviluppi di Taylor delle seguenti funzioni, NELLA FORMA in cui saranno usati nel limite dato (con tutte le semplificazioni algebriche effettuate) e risolvere il limite assegnato:

- $\sqrt{1 - 2x^2 + \frac{2}{3}x^4} =$

• $\cos(2x + x^3) =$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x^2 + \frac{2}{3}x^4} - \cos(2x + x^3) - x^2}{x^4} =$$

ANALISI MATEMATICA. SECONDO MODULO
CDS INFORMATICA
1 FEBBRAIO 2023

1. (Punti 6) Individuare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^3y + y^2 - 3xy$$

(Punti 3) Scrivere poi l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(-2, 1, f(-2, 1))$.

2. (Punti 6) Sul triangolo T di vertici $(0, 0)$, $(1, 1)$ e $(0, 1)$ calcolare l'integrale

$$\int_T x^2 \cos(\pi xy) dx dy$$