

## Corso di Laurea in Informatica

### Prova scritta di Analisi Matematica (I Modulo)

9 Gennaio 2023

Risolvere gli esercizi seguenti, scrivendo e motivando dettagliatamente il procedimento seguito. Soluzioni prive di calcoli e spiegazioni **NON SARANNO VALUTATE**.

#### Esercizio 1 (pt. 9)

Sia data la funzione  $\mathcal{D}(f) \rightarrow \mathbf{R}$

$$f(x) = x \ln^2(x).$$

I Disegnare il suo grafico (dominio di  $f$ , limiti ai bordi del dominio di  $f$ , zeri e segno della derivata prima).

II Calcolare l'immagine di  $f$  sul suo dominio naturale  $\mathcal{D}(f)$ .

III Stabilire per quali  $K \in \mathbf{R}$  l'equazione  $f(x) = K$  ha un'unica soluzione.

#### Esercizio 2 (pt. 6)

Sapendo che, per  $t \rightarrow 0$ ,

- $e^t = 1 + t + \frac{1}{2!}t^2 + \frac{1}{3!}t^3 + \frac{1}{4!}t^4 + \frac{1}{5!}t^5 + \frac{1}{6!}t^6 + o(t^6)$ ,
- $\ln(1+t) = t - \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{4}t^4 + \frac{1}{5}t^5 - \frac{1}{6}t^6 + o(t^6)$ ,

calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{1+x} - 1 - x - x^2}{x^3}$$

*Risposta:*

CALCOLARE gli sviluppi di Taylor delle seguenti funzioni, **NELLA FORMA** in cui saranno usati nel limite dato (con tutte le semplificazioni algebriche effettuate) e risolvere il limite assegnato:

- $(1+x)^{1+x} =$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{1+x} - 1 - x - x^2}{x^3} =$$

ANALISI MATEMATICA. SECONDO MODULO  
CDS INFORMATICA  
9 GENNAIO 2023

1. (Punti 6) Individuare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = (x^2 + y^2 + 1)^2 - 9(x + y)^2.$$

(Punti 3) Scrivere poi l'equazione del piano tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(1, -1, f(1, -1))$ .

2. (Punti 6) Dato il triangolo  $T$  di vertici  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$ , calcolare l'integrale

$$\int_T \sqrt{\frac{1+2x}{x+y+1}} \, dx dy.$$