

**Corso di Laurea in Informatica**  
**Prova scritta di Analisi Matematica**  
**10 Gennaio 2020**  
**Marco Mughetti**

Cognome: .....

Nome: .....

Numero di matricola: .....

Email: .....

Risultati

1.(pt.1)	
2.(pt.1)	
3.(pt.6)	
4.(pt.4)	
5.(pt.6)	
6.(pt.6)	
7.(pt.6)	

Risolvere gli esercizi seguenti, scrivendo e motivando dettagliatamente il procedimento seguito. Soluzioni prive di calcoli e spiegazioni **NON SARANNO VALUTATE**.

È possibile scrivere sul retro dei fogli se lo spazio previsto per la risposta non è sufficiente.

**Esercizio 1**(pt. 1)

Data  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ , scrivere la definizione di

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\pi$$

*Risposta:*

**Esercizio 2**(pt. 1)

Enunciare il teorema fondamentale del Calcolo Integrale.

*Risposta:*

**Esercizio 3**(pt. 6)

Sia data la funzione  $f : \mathcal{D}(f) \rightarrow \mathbf{R}$

$$f(x) = xe^{-\ln^2(x)}$$

- I. Disegnare il suo grafico.
- II. Calcolare l'immagine di  $f$  sul suo dominio naturale  $\mathcal{D}(f)$ .
- III. Stabilire per quali  $\lambda \in \mathbf{R}$  l'equazione  $f(x) = \lambda$  ha 2 soluzioni reali distinte.

(Può essere utile tenere presente che la funzione  $f(x)$  si può scrivere nella forma  $f(x) = e^{\ln x - \ln^2(x)}$ )

**Esercizio 4**(pt. 4)Sapendo che, per  $t \rightarrow 0$ ,

- $(1+t)^\alpha = 1 + \alpha t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}t^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}t^3 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)(\alpha-3)}{4!}t^4 + o(t^4)$
- $e^t = 1 + t + \frac{1}{2!}t^2 + \frac{1}{3!}t^3 + \frac{1}{4!}t^4 + \frac{1}{5!}t^5 + \frac{1}{6!}t^6 + o(t^6)$ ,

calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{1 - 4x^2 + x^4} + e^{x^2} - 2}{x^4}$$

*Risposta:*

Calcolare, INDICANDO SOLO IL RISULTATO FINALE:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{1 - 4x^2 + x^4} + e^{x^2} - 2}{x^4} = \dots\dots\dots$$

**Esercizio 5**(pt. 6)

Calcolare:

(I) una primitiva della seguente funzione:

$$\frac{x^3 + 4x^2}{x^2 + 3x + 2};$$

(II) il valore del seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{x^3 + 4x^2}{x^2 + 3x + 2} dy$$

*Risposta:*

**Esercizio 6**(pt. 6)

Data  $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ ,

$$f(x, y) = \frac{1}{3}x^3y - yx + \frac{1}{3}y^2 - 1$$

I) Determinare i suoi punti critici.

II) Stabilire quali siano i suoi eventuali punti di massimo, di minimo locali e di sella.

III) Calcolare la derivata direzionale di  $f$  nel punto  $(0, -\frac{1}{2})$  rispetto alla direzione  $v = (4/5, 3/5)$ .

*Risposta:*

**Esercizio 7**(pt. 6) Disegnare l'insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 - \pi x \leq y \leq \pi x\},$$

e calcolare

$$\iint_A \sin x \, dx \, dy,$$

dove

$$A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 - \pi x \leq y \leq \pi x\}.$$

*Risposta:*