

SECONDO PARZIALE – 27 MAGGIO 2024
TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

1. (Punti 6) Dato l'insieme $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, 1] \text{ e } 0 \leq y \leq \sqrt{x}\}$, disegnare l'insieme A e calcolare l'integrale

$$\int_A \frac{y}{x + y^2 + 1} dx dy$$

2. (Punti 6) Individuare e classificare i punti critici della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = x^3 - 4\left(x - \frac{1}{2}\right)(y - y^2).$$

3. (Punti 3) A proposito della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ è noto che $\nabla f(x, y) = (y, x + \sin y)$.
Data la curva $r(t) = (\sin(2t), 2t)$, calcolare per ogni $t \in \mathbb{R}$ la derivata

$$\frac{d}{dt} f(r(t)).$$