

Corso di Laurea in Informatica
I parziale di Analisi Matematica
21 Dicembre 2022

Cognome:

Nome:

Numero di matricola:

Email:

Risultati

1.(pt.2)	
2.(pt.8)	
3.(pt.5)	

Risolvere gli esercizi seguenti, scrivendo e motivando dettagliatamente il procedimento seguito. Soluzioni prive di calcoli e spiegazioni **NON SARANNO VALUTATE**.

È possibile scrivere sul retro dei fogli nel caso in cui lo spazio previsto per la risposta non sia sufficiente.

Esercizio 1(pt. 2)

Sia data la funzione $\mathcal{D}(f) \rightarrow \mathbf{R}$

$$f(x) = |x| \sin(x).$$

Stabilire, usando esclusivamente la definizione di derivata prima e seconda, se:

- esiste la derivata prima di f in $x = 0$;
- esiste la derivata seconda di f in $x = 0$.

Motivare le risposte.

Esercizio 2(pt. 8)

Sia data la funzione $\mathcal{D}(f) \rightarrow \mathbf{R}$

$$f(x) = \frac{2x + 3}{x + 2} \cdot e^{-x}.$$

- I Disegnare il suo grafico (dominio di f , limiti ai bordi del dominio di f , zeri e segno della derivata prima).
- II Calcolare l'immagine di f sul suo dominio naturale $\mathcal{D}(f)$.
- III Stabilire per quali $K \in \mathbf{R}$ l'equazione $f(x) = K$ ha 2 soluzioni.

Esercizio 3(pt. 5)

Sapendo che, per $t \rightarrow 0$,

- $\sin t = t - \frac{1}{3!}t^3 + \frac{1}{5!}t^5 - \frac{1}{7!}t^7 + o(t^7)$,
- $e^t = 1 + t + \frac{1}{2!}t^2 + \frac{1}{3!}t^3 + \frac{1}{4!}t^4 + \frac{1}{5!}t^5 + \frac{1}{6!}t^6 + o(t^6)$,
- $\cos t = 1 - \frac{1}{2!}t^2 + \frac{1}{4!}t^4 - \frac{1}{6!}t^6 + o(t^6)$,

calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos(\sin(x)) + e^{x \sin(x)} - 3}{x^4}$$

Risposta:

CALCOLARE gli sviluppi di Taylor delle seguenti funzioni, NELLA FORMA in cui saranno usati nel limite dato (con tutte le semplificazioni algebriche effettuate) e risolvere il limite assegnato:

- $\cos(\sin(x)) =$

- $e^{x \sin(x)} =$

Quindi:

$$2 \cos(\sin(x)) + e^{x \sin(x)} - 3 =$$

e infine

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos(\sin(x)) + e^{x \sin(x)} - 3}{x^4} =$$