

Corso di Laurea in Informatica

Prova scritta di Analisi Matematica (I Modulo)

15 Giugno 2021 (M.Mughetti)

Risolvere gli esercizi seguenti, scrivendo e motivando dettagliatamente il procedimento seguito. Soluzioni prive di calcoli e spiegazioni **NON SARANNO VALUTATE**.

Esercizio 1

Sia data la funzione $f : \mathcal{D}(f) \rightarrow \mathbf{R}$

$$f(x) = \ln(9x - x^3).$$

- I. Disegnare il suo grafico.
- II. Calcolare l'immagine di f sul suo dominio naturale $\mathcal{D}(f)$.
- III. Stabilire per quali $\lambda \in \mathbf{R}$ l'equazione $f(x) = \lambda$ ha 3 soluzioni reali distinte.

Esercizio 2

Sapendo che, per $t \rightarrow 0$,

- $\sin t = t - \frac{1}{3!}t^3 + \frac{1}{5!}t^5 - \frac{1}{7!}t^7 + o(t^7)$
- $\cos t = 1 - \frac{1}{2!}t^2 + \frac{1}{4!}t^4 - \frac{1}{6!}t^6 + \frac{1}{8!}t^8 + o(t^8)$

Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x \cos(x)} - e^{\sin(x)} + x^3/3}{x^4}$$

Risposta:

CALCOLARE, prima gli sviluppi di Taylor di $e^{x \cos(x)}$, $e^{\sin(x)}$, **NELLA FORMA** in cui saranno usati nel limite dato; infine risolvere il limite assegnato.