

## Corso di Laurea in Informatica

### Prova scritta di Analisi Matematica (I Modulo)

28 Maggio 2021 (M.Mughetti)

Risolvere gli esercizi seguenti, scrivendo e motivando dettagliatamente il procedimento seguito. Soluzioni prive di calcoli e spiegazioni **NON SARANNO VALUTATE**.

#### Esercizio 1

Sia data la funzione  $f : \mathcal{D}(f) \rightarrow \mathbf{R}$

$$f(x) = (x^3 + 3x^2 - 3x - 3)e^{-x}.$$

- I. Disegnare il suo grafico.
- II. Calcolare l'immagine di  $f$  sul suo dominio naturale  $\mathcal{D}(f)$ .
- III. Stabilire per quali  $\lambda \in \mathbf{R}$  l'equazione  $f(x) = \lambda$  ha 4 soluzioni reali distinte.

#### Esercizio 2

Sapendo che, per  $t \rightarrow 0$ ,

- $\sin t = t - \frac{1}{3!}t^3 + \frac{1}{5!}t^5 - \frac{1}{7!}t^7 + o(t^7)$
- $(1+t)^\alpha = 1 + \alpha t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}t^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}t^3 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)(\alpha-3)}{4!}t^4 + o(t^4)$ .

Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin(x)) - \sin(x) + \sqrt{1+x^3} - 1}{x^3}$$

*Risposta:*

CALCOLARE, prima gli sviluppi di Taylor di  $\sin(\sin(x))$ ,  $\sin(x)$ ,  $\sqrt{1+x^3}$ , **NELLA FORMA** in cui saranno usati nel limite dato; infine risolvere il limite assegnato.