

Corso di Laurea in Informatica

Prova scritta di Analisi Matematica (I Modulo)

4 Settembre 2020 (M.Mughetti)

Risolvere gli esercizi seguenti, scrivendo e motivando dettagliatamente il procedimento seguito. Soluzioni prive di calcoli e spiegazioni **NON SARANNO VALUTATE**.

Esercizio 1

Sia data la funzione $f : \mathcal{D}(f) \rightarrow \mathbf{R}$

$$f(x) = x \cdot e^{-\frac{1}{2+x}}.$$

- I. Disegnare il suo grafico.
- II. Calcolare l'immagine di f sul suo dominio naturale $\mathcal{D}(f)$.
- III. Stabilire per quali $\lambda \in \mathbf{R}$ l'equazione $f(x) = \lambda$ ha 2 soluzioni distinte reali.

Esercizio 2

Sapendo che, per $t \rightarrow 0$,

$$\begin{aligned}\ln(1+t) &= t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \frac{t^4}{4} + o(t^4) \\ e^t &= 1 + t + \frac{1}{2!}t^2 + \frac{1}{3!}t^3 + \frac{1}{4!}t^4 + \frac{1}{5!}t^5 + o(t^5)\end{aligned}$$

Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{x+1} - e^{x^2} - x}{x^3}$$

Risposta:

CALCOLARE, prima gli sviluppi di Taylor di $(1+x)^{x+1}$, e^{x^2} , **NELLA FORMA** in cui saranno usati nel limite dato; infine risolvere il limite assegnato.