Corso di Laurea in Informatica

Prova scritta di Analisi Matematica (I Modulo)

6 Luglio 2020 (M.Mughetti)

Risolvere gli esercizi seguenti, scrivendo e motivando dettagliatamente il procedimento seguito. Soluzioni prive di calcoli e spiegazioni NON SARANNO VALUTATE.

Esercizio 1
Sia data la funzione $f : \mathcal{D}(f) \to \mathbf{R}$

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{4x^2 + 3}$$

I. Disegnare il suo grafico.

II. Calcolare l'immagine di f sul suo dominio naturale $\mathcal{D}(f)$.

III. Stabilire per quali $\lambda \in \mathbf{R}$ l'equazione $f(x) = \lambda$ ha 2 soluzioni distinte reali.

Esercizio 2
Sapendo che, per $t \to 0$,

$$\ln(1+y) = y - \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} - \frac{y^4}{4} + o(y^4)$$
$$\sin y = y - \frac{y^3}{3!} + \frac{y^5}{5!} + o(y^6)$$
$$\cos y = 1 - \frac{y^2}{2!} + \frac{y^4}{4!} - \frac{y^6}{6!} + o(y^7)$$

Calcolare

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos(\sin x) + \frac{1}{2}\ln(1 + x\sin x) - 1}{x^4}$$

Risposta:
CALCOLARE, prima gli sviluppi di Taylor di $\cos(\sin x), \ln(1 + x \sin x)$, **NELLA FORMA** in cui saranno usati nel limite dato; infine risolvere il limite assegnato.