Corso di Laurea in Informatica

Prova scritta di Analisi Matematica (I Modulo)

1 Giugno 2020 (M.Mughetti)

Risolvere gli esercizi seguenti, scrivendo e motivando dettagliatamente il procedimento seguito. Soluzioni prive di calcoli e spiegazioni NON SARANNO VALUTATE.

Esercizio 1
Sia data la funzione $f : \mathcal{D}(f) \to \mathbf{R}$

$$f(x) = e^{\frac{2x^2+8}{x+2}}(2x+1).$$

I. Disegnare il suo grafico.

II. Calcolare l'immagine di f sul suo dominio naturale $\mathcal{D}(f)$.

III. Stabilire per quali $\lambda \in \mathbf{R}$ l'equazione $f(x) = \lambda$ ha 3 soluzioni reali distinte.

Esercizio 2
Sapendo che, per $t \to 0$,

- $\sin t = t - \frac{1}{3!}t^3 + \frac{1}{5!}t^5 - \frac{1}{7!}t^7 + o(t^7)$
- $\ln(1+t) = t - \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{4}t^4 + \frac{1}{5}t^5 + o(t^5)$
- $\cos t = 1 - \frac{1}{2!}t^2 + \frac{1}{4!}t^4 - \frac{1}{6!}t^6 + o(t^6)$

Calcolare
$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1 + x\cos(x)) - \sin(x) - \cos(x) + 1}{x^4}$$

Risposta:
CALCOLARE, prima gli sviluppi di Taylor di $\ln(1 + x\cos(x)), \sin(x), \cos(x)$, **NELLA FORMA** in cui saranno usati nel limite dato; infine risolvere il limite assegnato.